La densité d'une variable aléatoire X suivant une loi normale de moyenne m et d'écart-type σ est :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-0,5\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right]$$

Heureusement, la machine a une commande qui permet de calculer facilement la valeur de cette fonction :

`distrib/1:normalFdp(`x`,`m`,`σ`)`

EXERCICE 2B.1

1. On considère la variable aléatoire X, qui suit une loi normale de moyenne m = 15 et d'écart-type σ = 2.

a. Donner l'expression de la densité de X telle qu'elle apparaît dans la machine (TEXAS INSTRUMENTS) :

Y_1 = **normalFdp(……,……,……)**

b. A l'aide de la commande `fonctIntégr(Y1,X,A,B)` calculer :

P(10 ≤ X ≤ 20) = P(0 ≤ X ≤ 15) = P(15 ≤ X ≤ 30) =

P(13 ≤ X ≤ 17) = P(11 ≤ X ≤ 19) = P(9 ≤ X ≤ 21) =

2. On considère la variable aléatoire Y, qui suit une loi normale de moyenne m = 20 et d'écart-type σ = 3.

a. Donner l'expression de la densité de X telle qu'elle apparaît dans la machine (TEXAS INSTRUMENTS) :

Y_1 = **normalFdp(……,……,……)**

b. A l'aide de la commande `fonctIntégr(Y1,X,A,B)` calculer :

P(10 ≤ Y ≤ 20) = P(0 ≤ Y ≤ 20) = P(20 ≤ Y ≤ 100) =

P(17 ≤ Y ≤ 23) = P(14 ≤ Y ≤ 26) = P(11 ≤ Y ≤ 29) =

3. On considère la variable aléatoire Z, qui suit une loi normale de moyenne m = 89,3 et d'écart-type σ = 6,2.

a. Donner l'expression de la densité de Z telle qu'elle apparaît dans la machine (TEXAS INSTRUMENTS) :

Y_1 = **normalFdp(……,……,……)**

b. A l'aide de la commande `fonctIntégr(Y1,X,A,B)` calculer :

P(76,2 ≤ Z ≤ 80,1) = P(0 ≤ Z ≤ 50) = P(100 ≤ Z ≤ 200) =

P(83,1 ≤ Z ≤ 95,5) = P(76,9 ≤ Z ≤ 101,7) = P(70,7 ≤ Z ≤ 107,9) =

4. En conclusion, il semble que quelles que soient les valeurs de m et σ :

P($m - \sigma$ ≤ X ≤ $m + \sigma$) = P($m - 2\sigma$ ≤ X ≤ $m + 2\sigma$) = P($m - 3\sigma$ ≤ X ≤ $m + 3\sigma$) =

EXERCICE 2B.2

Il existe un moyen encore plus rapide de calculer la probabilité avec variable aléatoire suivant une loi normale avec la machine :

P(a ≤ X ≤ b) = `normalFrép(A,B,`m`,`σ`)`

a. Soit la variable aléatoire X suivant la loi normale de moyenne m = 12,3 et d'écart-type σ = 0,78. Calculer :

P(11 ≤ X ≤ 13) = P(0 ≤ X ≤ 10) = P(15 ≤ X ≤ 20) =

b. Soit la variable aléatoire Y suivant la loi normale de moyenne m = 1500 et d'écart-type σ = 17. Calculer :

P(1000 ≤ Y ≤ 2000) = P(1490 ≤ Y ≤ 1510) = P(1499 ≤ Y ≤ 1500) =

c. Soit la variable aléatoire Z suivant la loi normale de moyenne m = 0,5 et d'écart-type σ = 0,002. Calculer :

P(0 ≤ Z ≤ 1) = P(0,5 ≤ Z ≤ 100) = P(0,49 ≤ Z ≤ 0,51) =