Rappel : Loi uniforme de paramètres sur $[a\ ;\ b]$ — Loi exponentielle de paramètre λ

$\boxed{E(X) = \dfrac{a+b}{2}}$ $\boxed{V(X) = \dfrac{(b-a)^2}{12}}$ $\boxed{E(X) = \dfrac{1}{\lambda}}$

EXERCICE 3A.1

Dans chaque cas, on demande de calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de X, qui suit une loi uniforme sur $[a\ ;\ b]$

X suit une loi uniforme sur [1 ; 2]	X suit une loi uniforme sur [0 ; 10]	X suit une loi uniforme sur [-1 ; 1]
$E(X) =$	$E(X) =$	$E(X) =$
$V(X) \approx$	$V(X) \approx$	$V(X) \approx$
$\sigma(X) \approx$	$\sigma(X) \approx$	$\sigma(X) \approx$

EXERCICE 3A.2

A l'heure de pointe, on sait qu'un bus passe précisément bus toutes les 720 secondes à un arrêt.
On appelle X la variable aléatoire correspondant au temps d'attente d'un usager.

1. X suit une loi uniforme. Préciser ses paramètres.
2. a. Quelle est la probabilité d'attendre entre 30 et 60 secondes ?
b. Quelle est la probabilité d'attendre moins de 2 minutes ?
c. Quelle est la probabilité d'attendre plus de 10 minutes ?
3. a. Calculer l'espérance de X.
b. Interpréter ce résultat.

EXERCICE 3A.3 (D'APRÈS BAC S 2006)

Une entreprise d'autocars dessert une région montagneuse. En chemin, les véhicules peuvent être bloqués par des incidents extérieurs comme des chutes de pierres, des troupeaux sur la route, etc.
Un autocar part de son entrepôt. On note D la variable aléatoire qui mesure la distance en kilomètres que l'autocar va parcourir jusqu'à ce qu'il survienne un incident.
On admet que la variable D suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}01$

1. a. Calculer la probabilité pour que la distance parcourue sans incident soit comprise entre 50 et 100 km
b. Calculer la probabilité pour que la distance parcourue sans incident soit supérieure à 300 km
2. Calculer l'espérance de D et interpréter ce résultat.

EXERCICE 3A.4 (D'APRÈS BAC S 2004)

Le laboratoire de physique d'un lycée dispose d'un parc d'oscilloscopes identiques. La durée de vie en années d'un oscilloscope est une variable aléatoire notée X qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$.

1. Sachant que $P(X > 10) = 0{,}286$ montrer que $\lambda = 0{,}125$ au centième près.
Dans la suite de l'exercice, on prendra $\lambda = 0{,}125$.
2. Calculer la probabilité qu'un oscilloscope du modèle étudié ait une durée de vie inférieure à 6 mois.
3. Calculer l'espérance de X et interpréter ce résultat.

EXERCICE 3A.5 (D'APRÈS BAC S 2005)

On modélise le temps d'attente entre deux clients à un guichet comme une variable aléatoire X suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}2$. La probabilité pour un client d'attendre moins de t minutes est définie

1. Calculer le temps moyen d'attente.
2. a. Quelle est la probabilité d'attendre plus de 10 minutes ?
b. Quelle est la probabilité d'attendre plus de 5 minutes ?
c. En déduire la probabilité d'attendre entre 5 et 10 minutes ?

EXERCICE 3A.6

La durée de vie X du Césium 137 (élément radioactif) suit une loi exponentielle de paramètre λ inconnu. On a observé que sa demi-vie est de 30 ans, c'est-à-dire que sur un grand nombre de noyaux radioactifs, la moitié d'entre eux se sera désintégrée en 30 ans.

1. Déduire de l'énoncé $P(X < 30)$.
2. Calculer cette probabilité à l'aide d'une intégrale (qui dépendra de λ).
3. En déduire λ (qui représente ici la *constante de désintégration* du Césium 137).