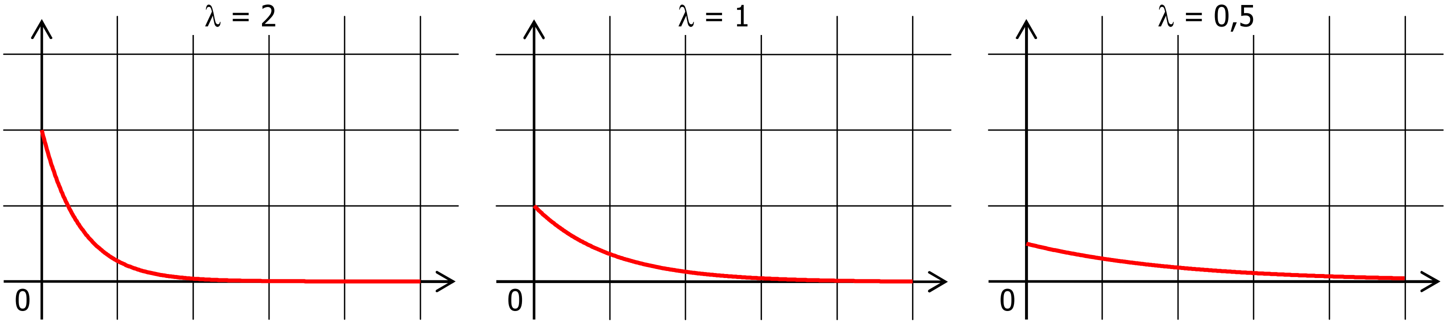
EXERCICE 2A.1

On a représenté dans un repère orthonormé (unité 1 cm) la densité d'une variable aléatoire X suivant loi exponentielle de différents paramètres. Représenter l'aire correspondant à la probabilité souhaitée :



$P(X \leq 1)$ $P(1 \leq X \leq 2)$ $P(X \geq 0{,}5)$

RAPPEL : Si X suit la loi exponentielle de paramètre λ, alors $\mathbf{P(a \leq X \leq b) = \int_a^b \lambda e^{-\lambda x}\, dx}$

EXERCICE 2A.2

a. Soit X une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 2$. Calculer $P(X \leq 1)$

b. Soit Y une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 100$. Calculer $P(Y \leq 0{,}1)$

c. Soit Z une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}5$. Calculer $P(Z \leq 4)$

EXERCICE 2A.3

On considère une variable aléatoire X qui suit une loi continue. Parmi les égalités suivantes, les quelles sont vraies et lesquelles sont fausses ?

$P(X \leq 1) + P(X \geq 1) = 1$ $P(X = 1) + P(X = 2) = P(1 \leq X \leq 2)$ $P(X = 1) = 0$

$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$ $P(X \leq 1) + P(1 \leq X \leq 2) + P(X \geq 1) = 1$ $P(X < 1) + P(X \geq 1) = 1$

EXERCICE 2A.4

a. Soit X une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 2$. Calculer $P(1 \leq X \leq 2)$

b. Soit Y une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 1$. Calculer $P(Y > 5)$

c. Soit Z une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}001$. Calculer $P(Z > 2\,000)$

d. Soit T une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 7$. Calculer $P(T \geq 0)$

EXERCICE 2A.5

On considère la variable aléatoire T qui représente le temps d'attente (en minutes) à un péage autoroutier à une heure de pointe. On admet que X suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}1$.

Je me présente à ce péage.

a. Quelle est la probabilité que j'attendre moins d'une minute ?

b. Quelle est la probabilité que j'attendre plus de cinq minute ?

EXERCICE 2A.6

La loi exponentielle s'applique en particulier à la durée de vie des objets sans vieillissement ni usure.

Par exemple, le disque dur d'un ordinateur a une durée de vie théoriquement très élevée : 100 000 heures (soit 46 ans en l'utilisant 6 heures par jour). Dans ces conditions, on peut estimer que s'il ne vous a pas lâché au bout de 8 jours, la probabilité qu'il tombe en panne le 9è jour est la même que la veille : on parle alors de *durée de vie sans vieillissement*. Inversement, une voiture, le corps humain, la batterie d'un téléphone, ont une probabilité de « tomber en panne » qui augmente significativement avec l'âge.

On s'intéresse à la durée de vie, X, exprimée en semaines, d'un composant électronique. On admet X suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}003$.

a. Quelle est la probabilité qu'un de ces composants pris au hasard ait une durée de vie inférieure à 100 semaines ?

b. Quelle est la probabilité qu'un de ces composants pris au hasard ait une durée de vie supérieure à 300 semaines ?