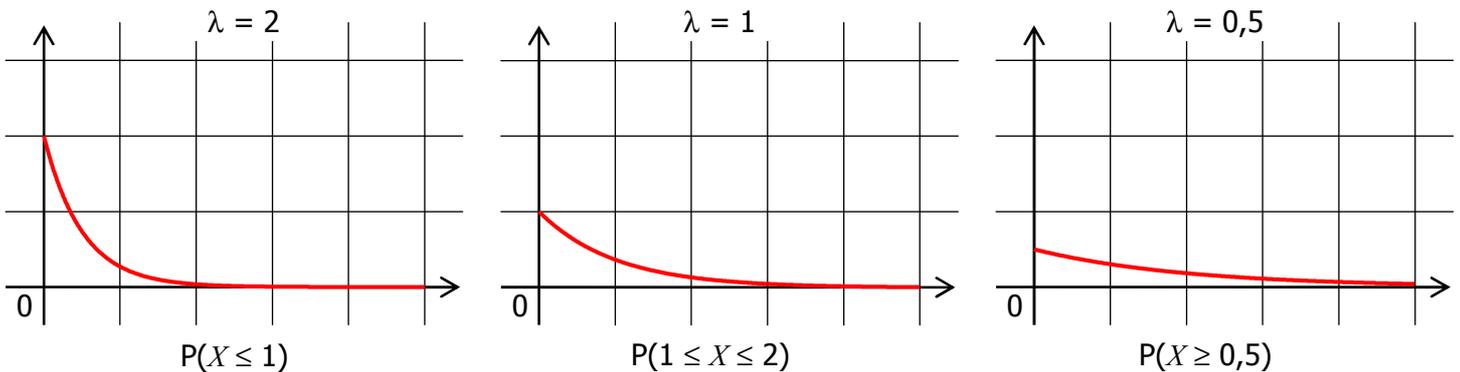


EXERCICE 2A.1

On a représenté dans un repère orthonormé (unité 1 cm) la densité d'une variable aléatoire X suivant loi exponentielle de différents paramètres. Représenter l'aire correspondant à la probabilité souhaitée :



RAPPEL : Si X suit la loi exponentielle de paramètre λ , alors $\mathbf{P}(a \leq X \leq b) = \int_a^b \lambda e^{-\lambda x} dx$

EXERCICE 2A.2

- Soit X une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 2$. Calculer $P(X \leq 1)$
- Soit Y une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 100$. Calculer $P(Y \leq 0,1)$
- Soit Z une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,5$. Calculer $P(Z \leq 4)$

EXERCICE 2A.3

On considère une variable aléatoire X qui suit une loi continue. Parmi les égalités suivantes, les quelles sont vraies et lesquelles sont fausses ?

$$\begin{array}{lll}
 P(X \leq 1) + P(X \geq 1) = 1 & P(X = 1) + P(X = 2) = P(1 \leq X \leq 2) & P(X = 1) = 0 \\
 P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) & P(X \leq 1) + P(1 \leq X \leq 2) + P(X \geq 2) = 1 & P(X < 1) + P(X \geq 1) = 1
 \end{array}$$

EXERCICE 2A.4

- Soit X une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 2$. Calculer $P(1 \leq X \leq 2)$
- Soit Y une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 1$. Calculer $P(Y > 5)$
- Soit Z une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,001$. Calculer $P(Z > 2\,000)$
- Soit T une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 7$. Calculer $P(T \geq 0)$

EXERCICE 2A.5

On considère la variable aléatoire T qui représente le temps d'attente (en minutes) à un péage autoroutier à une heure de pointe. On admet que T suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,1$.

Je me présente à ce péage.

- Quelle est la probabilité que j'attende moins d'une minute ?
- Quelle est la probabilité que j'attende plus de cinq minute ?

EXERCICE 2A.6

La loi exponentielle s'applique en particulier à la durée de vie des objets sans vieillissement ni usure.

Par exemple, le disque dur d'un ordinateur a une durée de vie théoriquement très élevée : 100 000 heures (soit 46 ans en l'utilisant 6 heures par jour). Dans ces conditions, on peut estimer que s'il ne vous a pas lâché au bout de 8 jours, la probabilité qu'il tombe en panne le 9^e jour est la même que la veille : on parle alors de *durée de vie sans vieillissement*. Inversement, une voiture, le corps humain, la batterie d'un téléphone, ont une probabilité de « tomber en panne » qui augmente significativement avec l'âge.

On s'intéresse à la durée de vie, X , exprimée en semaines, d'un composant électronique. On admet X suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,003$.

- Quelle est la probabilité qu'un de ces composants pris au hasard ait une durée de vie inférieure à 100 semaines ?
- Quelle est la probabilité qu'un de ces composants pris au hasard ait une durée de vie supérieure à 300 semaines ?
- Quelle valeur devrait prendre λ pour avoir $P(X \leq 100) = 0,95$