EXERCICE 6A.1 - GMC 09/2011 (5 POINTS)

On appelle $\mathbb{C}$ l'ensemble des nombres complexes.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 2 cm.

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. Déterminer les nombres complexes z_1 et z_2 vérifiant le système suivant :

$$\begin{cases} \sqrt{3}\, z_1 + z_2 = 4 \\ z_1 - \sqrt{3}\, z_2 = 4i \end{cases}$$

2. Soit M_1 et M_2 les points d'affixes respectives :

$$z_1 = \sqrt{3} + i \quad \text{et} \quad z_2 = 1 - i\sqrt{3}$$

Écrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.

3. Placer de façon précise les points M_1 et M_2 dans le repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ défini précédemment. (On laissera apparents les traits de construction.)

4. Calculer le module du nombre complexe $z_2 - z_1$.

a. Construire le cercle de diamètre $[M_1 M_2]$. (On laissera apparents les traits de construction.)

b. Montrer, par deux méthodes différentes, que le point O appartient au cercle de diamètre $[M_1 M_2]$.

EXERCICES 6A.2 (QCM)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, une seule réponse proposée est correcte. Chaque bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse ou une absence de réponse n'enlève ni ne rapporte aucun point. On notera sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

A. ANTILLES ELT/ELO 09/2012 (4 POINTS)

Soit A le point d'affixe $z_A = \sqrt{2} + i\sqrt{6}$ et B le point d'affixe $z_B = -1$.

1. Le module et un argument de z_B sont respectivement :

- -1 et 0
- -1 et π
- 1 et 0
- 1 et π

2. Une forme exponentielle de z_A est :

- $z_A = 2\sqrt{2}\, e^{i\pi/6}$
- $z_A = 2\sqrt{2}\, e^{i\pi/3}$
- $z_A = \sqrt{3}\, e^{i\pi/3}$
- $z_A = \sqrt{3}\, e^{i\pi/6}$

3. L'image du point A par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$ est le point A' d'affixe :

- $z_{A'} = (1 + \sqrt{3}) + i(1 + \sqrt{3})$
- $z_{A'} = (1 + \sqrt{3}) + i(1 - \sqrt{3})$
- $z_{A'} = (1 - \sqrt{3}) + i(1 + \sqrt{3})$
- $z_{A'} = (1 - \sqrt{3}) + i(1 - \sqrt{3})$

4. La suite définie par $u_n = |z_A|^n$ pour tout entier naturel n :

- est arithmétique
- est géométrique
- n'est ni arithmétique, ni géométrique

B. METROPOLE ELT/ELO 09/2012 (5 POINTS)

On considère les points A et B d'affixes respectives : $z_A = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ et $z_B = -1 - i\sqrt{3}$

1. Le nombre z_A est solution de l'équation :

a. $iz - \sqrt{2} - i\sqrt{2} = 0$ **b.** $iz - \sqrt{2} + i\sqrt{2} = 0$ **c.** $iz + \sqrt{2} - i\sqrt{2} = 0$

2. Le nombre z_B est solution de l'équation :

a. $z^2 - 2z + 4 = 0$ **b.** $z^2 + 2z + 4 = 0$ **c.** $z^2 - 2z - 4 = 0$

3. L'écriture exponentielle du nombre z_B est :

a. $2\, e^{-i\pi/6}$ **b.** $2\, e^{-i2\pi/3}$ **c.** $\sqrt{2}\, e^{-i2\pi/3}$

4. Le triangle OAB est :

a. équilatéral **b.** rectangle et isocèle **c.** isocèle

5. Soit C le point d'affixe $-2i$.

Le point C est l'image du point B par la rotation qui à tout point M du plan complexe fait correspondre le point z' tel que :

a. $z' = z\, e^{i\pi/6}$ **b.** $z' = z + e^{i\pi/6}$ **c.** $z' = z\, e^{-i\pi/6}$