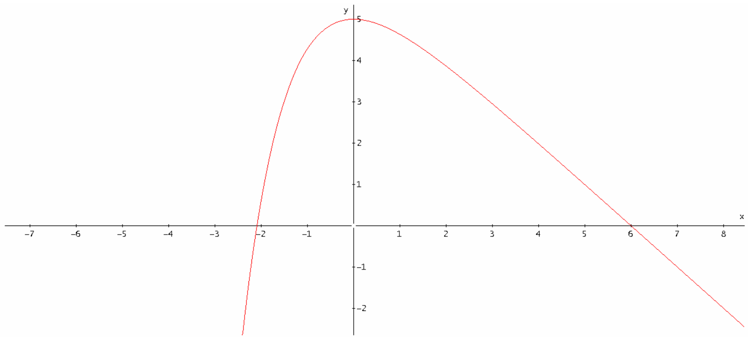
EXERCICE 6A.1 - BAC 2010

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 6 - x - e^{-x}$

On appelle $\mathcal{C}_f$ sa courbe dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 1 cm.

1. Soit la fonction F définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = 6x - \dfrac{x^2}{2} + e^{-x}$

Vérifier que F est une primitive de f.



2. Hachurer sur le graphique le domaine délimité par la courbe $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses, la droite d'équation x = -ln 6 et l'axe des ordonnées.

3. Calculer l'aire $\mathcal{A}$ en cm² de la partie hachurée. On donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie de $\mathcal{A}$ au dixième de cm².

EXERCICE 6A.2 - BAC 2010

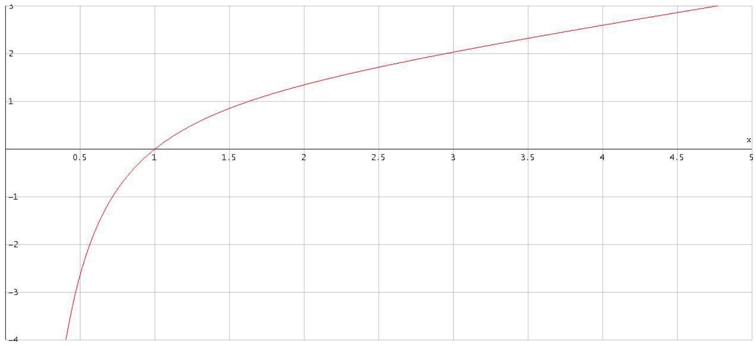
Soit f définie sur I =]0 ; +∞[par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} + \frac{\ln x - 1}{x}$$

On appelle $\mathcal{C}_f$ sa courbe dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 2 cm.

1. Soit la fonction F définie et dérivable sur]0 ; +∞[par : $F(x) = \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{x}{2} + \dfrac{1}{2}(\ln x - 1)^2$

Vérifier que F est une primitive de f.



2. Hachurer sur le graphique le domaine délimité par la courbe $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses, les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$ et l'axe des ordonnées.

3. Calculer l'aire $\mathcal{A}$ en cm² de la partie hachurée. On donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie de $\mathcal{A}$ au dixième de cm².

EXERCICE 6A.3 - d'après BTS C 2011

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (2x + 1)\, e^{-x} + 2$$

On appelle $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J) d'unité graphique 2 cm.

1. Déterminer la limite de la fonction f en -∞.

2. On admet que $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 2$.

En déduire l'existence d'une asymptote $\mathcal{D}$ à $\mathcal{C}$ dont on donnera une équation.

3. a. Montrer que pour tout réel x :

$$f'(x) = (1 - 2x)\, e^{-x}$$

b. Étudier les variations de la fonction f et dresser son tableau de variations sur $\mathbb{R}$.

4. a. Montrer que F(x) = $(-2x - 3)\, e^{-x} + 2x$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

b. Calculer $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,dx$

c. Calculer la mesure $\mathcal{A}$, en cm², de l'aire du domaine délimité par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses, et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 2$. On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième de $\mathcal{A}$.

EXERCICE 6A.4 - d'après BTS C 2010

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [0 ; +∞[par $f(x) = e^{-x} + x - 1$

On appelle $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J) d'unité graphique 2 cm.

1. a. Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.

b. Déterminer la limite de f en +∞.

c. Dresser le tableau de variation de la fonction f.

2. a. Montrer que la droite $\mathcal{D}$ d'équation y = x−1 est asymptote à la courbe $\mathcal{C}$ au voisinage de +∞.

b. Étudier la position de la courbe $\mathcal{C}$ par rapport à la droite $\mathcal{D}$.

c. Tracer dans le repère la courbe $\mathcal{C}$ et l'asymptote $\mathcal{D}$.

d. Calculer $\displaystyle\int_0^2 e^{-x}\,dx$ et en déduire l'aire $\mathcal{A}$, en cm², de la portion du plan délimitée par la courbe $\mathcal{C}$, la droite $\mathcal{D}$ et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 2$. On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième de $\mathcal{A}$.