

EXERCICE 5A.1

1. Une voiture s'apprête à effectuer un test d'accélération. A l'instant $t = 0$, le pilote démarre et accélère pendant 1000 mètres. On admettra qu'à tout instant t , la vitesse (en m/s) de la voiture est donnée par la fonction :

$$v(t) = 68(1 - e^{-\frac{t}{18}})$$

- Vérifier qu'à l'instant $t = 0$, la voiture est immobile.
- Quelle est la vitesse atteinte par la voiture au bout de 10 secondes ?
- Quelle est la vitesse maximale théorique de la voiture ?
- Au bout de combien de temps franchit-on la barre des 200 km/h ?
- Quelle est la vitesse moyenne de la voiture sur les 30 premières secondes ?
- Quelle est la distance parcourue pendant les 30 premières secondes ?

2. On modifie la transmission de la voiture en installant une boîte de vitesse plus courte et on recommence l'expérience. La vitesse est désormais donnée par :

$$w(t) = 65(1 - e^{-\frac{t}{15}})$$

Reprendre les questions **a.** à **f.** avec ces nouveaux réglages.

EXERCICES 5A.2

Un moteur de compétition a une courbe de puissance (en kW) que l'on a réussi à modéliser sur l'intervalle $[1000 ; 9500]$ par la fonction :

$$\mathcal{P}(t) = \frac{10\,500 - t}{15\,000} e^{\frac{t}{1\,600} + 3}$$

où t est le régime moteur, exprimé en *tours/minute*

- Quelle est la puissance à 1 000 tr/min ?
- Quelle est la puissance à 8 500 tr/min ?
- Pour quel régime moteur la puissance est-elle maximale ? Quelle est cette puissance ?
- Vérifier que la fonction $f(t) = \frac{19\,360\,500 - 1600\,t}{15\,000} e^{\frac{t}{1\,600} + 3}$ est une primitive de $\mathcal{P}$.
- Le moteur est principalement utilisé entre dans un régime compris entre 7000 et 9000 tr/min. Calculer sa puissance moyenne dans cette plage.

EXERCICE 5A.3 (D'APRÈS BAC GMA 2010)

La température f en degrés Celsius ($^{\circ}C$) du lubrifiant d'un moteur varie en fonction du temps t de fonctionnement exprimé en heures.

La fonction f est définie pour tout nombre réel t de l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par $f(t) = 30 - 10e^{-0,1\,t}$

1. Déterminer la température du lubrifiant :

- A l'arrêt.
- Au bout de vingt quatre heures.

2. On s'intéresse au comportement de la fonction f en $+\infty$.

- Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(t)$.
- Donner une interprétation graphique du résultat obtenu.
- Donner une signification concrète de ce résultat pour le lubrifiant.

3. On note f' la fonction dérivée de la fonction f .

- Calculer $f'(t)$ pour tout nombre réel t appartenant à l'intervalle $[0 ; +\infty[$. En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
- Construire la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ dans le repère orthogonal $(O ; I, J)$ donné ci-dessous.

4. A quel instant la température du lubrifiant est-elle de $28^{\circ}C$? Donner une valeur approchée à l'heure près puis à la minute près du résultat.

5. Calculer la température moyenne du lubrifiant entre la cinquième et la dixième heure de fonctionnement.