EXERCICE 5A.1

Soit f la fonction définie sur]-∞ ; +∞[par :

$$f(x) = x^2 - x\ .$$

1. a. Montrer que la fonction peut s'écrire :

$$f(x) = x(x - 1)$$

b. Utiliser cette écriture pour calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

c. Peut-on en conclure que la courbe admet une (des) asymptote(s) ?

2. a. Calculer la fonction dérivée de f puis étudier son signe.

b. En déduire le sens de variation de f.

3. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 1.

4. Dans un repère orthonormé (unité : 1 cm), tracer la courbe et ses asymptotes.

EXERCICE 5A.2

Soit la fonction définie sur]0 ; +∞[par : $f(x) = \dfrac{2x + 1}{x}$

1. Montrer que la fonction peut s'écrire : $f(x) = 2 + \dfrac{1}{x}$

2. a. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

b. En déduire les asymptotes à la courbe de f.

3. a. Calculer la fonction dérivée de f puis étudier son signe.

b. En déduire le sens de variation de f.

4. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 1.

5. Dans un repère orthonormé (unité : 1 cm), tracer la courbe et ses asymptotes

EXERCICE 5A.3

Soit la fonction définie sur]-∞ ; +∞[par : $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + 1}$

1. a. Montrer que la fonction peut s'écrire : $f(x) = \dfrac{1}{x + \dfrac{1}{x}}$

b. Utiliser cette écriture pour calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

c. Interpréter graphiquement ces résultats.

2. a. Montrer que : $f'(x) = \dfrac{(1 - x)(1 + x)}{(1 + x^2)^2}$

b. Etudier le signe de f'.

c. En déduire le tableau de variation de f.

3. Dans un repère orthogonal (unités : 2 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée), tracer $\mathcal{C}$ et (d).

EXERCICE 5A.4

Soit f la fonction définie sur]-1 ; +∞[par : $f(x) = \dfrac{1 - x}{1 + x}$.

1. a. Montrer que la fonction peut s'écrire : $f(x) = -1 + \dfrac{2}{x + 1}$

b. Utiliser cette écriture pour calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

c. Interpréter graphiquement ces résultats.

2. a. Calculer la fonction dérivée de f puis étudier son signe.

b. En déduire le sens de variation de f.

3. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 1.

4. Dans un repère orthonormé (unité : 1 cm), tracer la courbe et ses asymptotes.