PROGRAMMES	CAPACITES ATTENDUES	COMMENTAIRES
Limite d'une suite définie par son terme général. Notation $\lim_{n \to +\infty} u_n$	Etant donné une suite (u_n), mettre en œuvre des algorithmes permettant lorsque cela est possible, de déterminer : - un seuil à partir duquel $u_n > 10^p$, p étant un entier naturel donné ; - $\lvert u_n - l \rvert \leq 10^{-p}$, p étant un entier naturel donné.	Pour exprimer que la suite (u_n) a pour limite $+\infty$ quand n tend vers $+\infty$, on dit que pour tout entier naturel p, on peut trouver un rang à partir duquel tous les termes (u_n) sont supérieurs à 10^p Pour exprimer que la suite (u_n) a pour limite l quand n tend vers $+\infty$, on dit que pour tout entier naturel p, on peut trouver un rang à partir duquel tous les termes (u_n) sont à une distance de l inférieure à 10^{-p} Comme en classe de première, il est important de varier les outils et les approches.

I. SUITES

On appelle suite toute fonction de $\mathbb{N}$ vers $\mathbb{R}$, qui à un nombre n associe son image u_n, appelé **terme général** de la suite.

On peut la définir (c'est-à-dire permettre de déterminer les termes u_1, u_2, u_3 … de deux façons différentes :

→ A la façon d'une fonction, en donnant un moyen de calculer directement u_n à partir de n.

Exemples :

$u_n = \dfrac{1}{n}$ $\qquad$ $v_n = 5n - 2$

$u_1 = 1$ $\qquad$ $v_1 = 3$

$u_2 = \dfrac{1}{2}$ $\qquad$ $v_2 = 8$

$u_3 = \dfrac{1}{3}$ $\qquad$ $v_3 = 13$

(…)

→ Par **récurrence**, c'est-à-dire en donnant $\begin{cases} \text{Le premier terme } u_0 \\ \text{La relation qui relie un terme } u_n \text{ à son suivant } u_{n+1} \end{cases}$

Exemple : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$

$u_1 = 3$

$u_2 = 7$

$u_3 = 15$ (…)

II. ALGORITHMIQUE

On cherche à déterminer tous les termes d'une suite (définie en fonction de n) jusqu'à un certain rang P.

a. Avec une boucle « TANT QUE/WHILE »

Algorithme	*Programme TI 82*
P prend la valeur 0	0⟼P
Saisir N	Prompt N
Tant que P ≤ N	While P ≤ N
U prend la valeur [*expression de la suite*]	[*expression de la suite*] ⟼ U
Afficher U	Disp U
P prend la valeur P+1	P+1 ⟼ P
Fin de boucle.	End

Remarques :

Pour une suite définie par récurrence il faudrait :

- initialiser P à la valeur 1 et non pas 0
- après la 1ère ligne, insérer « U prend la valeur de [u_0] »

b. Avec une boucle « POUR/FOR »

Algorithme	*Programme TI 82*

P prend la valeur 0
Saisir N
Pour P allant de 0 à N
  U prend la valeur [*expression de la suite*]
  Afficher U
Fin de boucle.

0⟼P
Prompt N
For (P, 0, N)
[*expression de la suite*] ⟼ U
Disp U
End

III. LIMITE D'UNE SUITE

a. Limite infinie

Soit (u_n) une suite

Si pour tout entier naturel p, on peut trouver un rang à partir duquel tous les termes (u_n) sont supérieurs à 10^p, alors on dit que la suite u_n a pour limite +∞ quand n tend vers +∞.

On note : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$

Concrètement, on mettra en évidence cette limite en montrant qu'on peut rendre u_n « aussi grand qu'on veut » à l'aide d'un programme donc voici l'algorithme :

Algorithme

N prend la valeur 0
U prend la valeur 0
Saisir P
Tant que U est inférieur ou égal à 10^P
  U prend la valeur [*expression de la suite*]
  N prend la valeur N+1
Fin de boucle.
Afficher N-1

Programme TI 82

0⟼N
0⟼U
Prompt P
While U ≤ 10^P
[*expression de la suite*] ⟼ U
P+1 ⟼ P
End
Disp N-1

b. Limite finie

Rappel : le nombre |a – b| se lit « valeur absolue de a – b » et est égal à la distance entre les nombres a et b, il est donc toujours positif.

Soit (u_n) une suite et l un nombre donné.

Si pour tout entier naturel p, on peut trouver un rang à partir duquel tous les termes (u_n) sont à une distance de l inférieure à 10^{-p}, alors on dit que la suite u_n a pour limite l quand n tend vers +∞.

On note : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = l$

Concrètement, on mettra en évidence cette limite en montrant qu'on peut rendre u_n « aussi proche de l qu'on veut » à l'aide d'un programme donc voici l'algorithme :

Algorithme

N prend la valeur 0
U prend la valeur 0
Saisir P
Tant que |U-L| est supérieur ou égal à 10^(-P)
  U prend la valeur [*expression de la suite*]
  N prend la valeur N+1
Fin de boucle.
Afficher N-1

Programme TI 82

0⟼N
0⟼U
Prompt P
While abs(U-L) ≥ 10^P
[*expression de la suite*] ⟼ U
P+1 ⟼ P
End
Disp N-1