

CORRECTION DE L'EXERCICE N°76 PAGE 111

Dans tout l'exercice : $\log x = \frac{\ln x}{\ln 10}$

PARTIE A

$$1. n = \log x \Leftrightarrow n = \frac{\ln x}{\ln 10} \Leftrightarrow n \ln 10 = \ln x \Leftrightarrow \ln 10^n = \ln x \Leftrightarrow \boxed{10^n = x}$$

$$2. \log \frac{a}{b} = \frac{\ln \frac{a}{b}}{\ln 10} = \frac{\ln a - \ln b}{\ln 10} \text{ (propriété du ln)} = \frac{\ln a}{\ln 10} - \frac{\ln b}{\ln 10} = \boxed{\log a - \log b}$$

PARTIE B

Dans cette partie, on a : $N = 10 \log \frac{I}{I_0}$ avec $I_0 = 10^{-12} \text{ W.m}^2$

1. Soit I_1 et I_2 les deux intensités sonores, et leurs niveaux respectifs N_1 et N_2 .

$$N_2 - N_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10(\log \frac{I_2}{I_0} - \log \frac{I_1}{I_0}) = 10(\log I_2 - \log I_0 - \log I_1 + \log I_0) = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

Or on a supposé que $I_2 = 2 I_1$ donc :

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{2 I_1}{I_1} = 2$$

Donc :

$$N_2 - N_1 = 10 \log 2 = 10 \frac{\ln 2}{\ln 10} \approx 3,0 \text{ W.m}^2$$

2. a. $N = 50 \text{ dB}$ et $N' = 110 \text{ dB}$ donc :

$$50 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Leftrightarrow 5 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Leftrightarrow 5 = \log I - \log 10^{-12} = \log I - (-12) \Leftrightarrow 5 = \log I + 12 \Leftrightarrow \log I = -7$$

$$110 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Leftrightarrow 11 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Leftrightarrow 11 = \log I - \log 10^{-12} = \log I - (-12) \Leftrightarrow 11 = \log I + 12 \Leftrightarrow \log I = -1$$

$$\text{On calcule : } \log \frac{I'}{I} = \log I' - \log I \text{ (d'après A. 1.)} = -1 - (-7) = -1 + 7 = \boxed{6}$$

$$b. \log \frac{I'}{I} = 6 \Leftrightarrow \frac{I'}{I} = 10^6 \text{ (d'après A. 2.)}$$

3. a. $10 \log \frac{I}{I_0} = N \Leftrightarrow \log I + 12 = \frac{N}{10}$ (d'après B. 2. a.) donc :

$$\log I = \frac{N}{10} - 12 \text{ d'où } \boxed{I = 10^{N/10 - 12}}$$

b. Si le niveau sonore d'une vuvuzela est $N = 120 \text{ dB}$ on déduit du B. 3. a. que l'intensité est :

$$I = 10^{120/10 - 12} = 10^{12 - 12} = 10^0 = \boxed{1 \text{ W.m}^2}$$