Rappel : Si X est une variable aléatoire discrète

Espérance :

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$$

Variance :

$$\text{Var}X = \sum_{i=1}^{n} p_i (x_i - E(X))^2 = E(X^2) - (E(X))^2$$

Ecart-type :

$$\sigma(X) = \sqrt{\text{Var}X}$$

EXERCICE 4B.1

1. Dans un jeu d'argent, on appelle X le gain. Cette variable aléatoire obéit à la loi de probabilité suivante :

Valeurs de X	0	1	10	100
Valeurs de X^2				
$P(X = x_i)$	0,85	0,10	0,04	0,01

a. Déterminer l'espérance mathématique de X.
b. Compléter le tableau puis calculer l'espérance de X^2.
c. En déduire la variance puis l'écart-type de X.

2. Dans un autre jeu d'argent, on appelle Y le gain. Cette variable aléatoire obéit à la loi de probabilité suivante :

Valeurs de Y	1	2	4
Valeurs de Y^2			
$P(Y = y_i)$	0,8	0,20	0,10

a. Déterminer l'espérance mathématique de Y.
b. Compléter le tableau puis calculer l'espérance de Y^2.
c. En déduire la variance puis l'écart-type de Y.

3. Dans un autre jeu d'argent, on appelle Z le gain. Cette variable aléatoire obéit à la loi de probabilité suivante :

Valeurs de Z	0	10	10 000
Valeurs de Z^2			
$P(Z = z_i)$	0,8995	0,1	0,000 05

a. Déterminer l'espérance mathématique de Z.
b. Compléter le tableau puis calculer l'espérance de Z^2.
c. En déduire la variance puis l'écart-type de Z.

4. Parmi tous ces jeux :
a. Lequel est le plus rentable pour le joueur ?
b. Subjectivement, lequel aura le plus de succès ?

EXERCICE 4B.2

Dans une usine qui fabrique des ampoules électriques, grâce à des tests, on parvient à définir la variable aléatoire X qui à une ampoule prise au hasard associe sa durée de vie (en jours).

Voici la loi de probabilité de X :

Valeurs de X	123	124	125	126	127
$P(X = x_i)$	0,03	0,24	0,46	0,23	0,04

Déterminer l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type de X.

EXERCICE 4B.3

Dans une entreprise de location dispose d'une flotte de 50 voitures. Une étude statistique a permis de définir la variable aléatoire X qui correspond au nombre de voitures en panne un jour pris au hasard.

Voici la loi de probabilité de X :

Valeurs de X	0	1	2	3	4	5
$P(X = x_i)$	0,04	0,134	0,259	0,349	0,215	0,003

Déterminer l'espérance, la variance et l'écart-type de X.

EXERCICE 4B.4

1. On invente un jeu d'argent qui fonctionne de la façon suivante :

- Je lance un dé à 6 faces, non pipé.
- Si j'obtiens 2, 3, 4 ou 5, je ne gagne rien.
- Si j'obtiens 1, je gagne 1€.
- Si j'obtiens 6, je gagne 11€

On appelle X la loi de probabilité qui correspond au gain du joueur.
a. Ecrire la loi de probabilité de X.
b. Calculer l'espérance et l'écart-type de X.

2. Evidemment, ce jeu d'argent n'est pas gratuit : pour jouer, il faut d'abord miser 2€. On appelle Y la variable aléatoire qui représente le *gain net*, c'est-à-dire « gain – mise ».
a. Ecrire la loi de probabilité de Y.
b. Calculer l'espérance et l'écart-type de Y.

EXERCICE 4B.5

Le LOTO® permet de gagner beaucoup d'argent en choisissant 5 numéros parmi 49 dans une grille et un numéro chance parmi 10.

Voici le tableau des gains :

Combinaison	1 chance sur…	Gain (brut)
5 n°+ n°chance	19 068 840	3 000 000 €
5 n°	2 118 760	100 000 €
4 n°	211 876	750 €
3 n°	18 424	8 €
2 n°	1 176	4 €
n° chance	10	2 €

Sachant que la mise est de 2€ par grille, déterminer la loi de probabilité du gain net, son espérance mathématique, sa variance et son écart-type.