

EXERCICE 6A.1 - BAC 2007 (5 POINTS)

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $z^2 + 2z + 10$

2. Déterminer les nombres complexes c et d

vérifiant le système :
$$\begin{cases} -2c + d = 1 + 13i \\ -c + d = 4 + 8i \end{cases}$$

3. Le plan complexe est muni d'un repère

orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) d'unité graphique 1 cm.

a. Placer sur une figure les points A, B, C et D dont les affixes respectives sont :

$$\begin{array}{cc} -1 + 3i & -1 - 3i \\ 3 - 5i & 7 + 3i \end{array}$$

b. Démontrer que le triangle BAD est rectangle en A.

c. Démontrer que le triangle BCD est rectangle en C.

d. En déduire que les quatre points A, B, C et D sont sur un même cercle dont on déterminera le centre Ω et le rayon. Tracer le cercle sur la figure.

EXERCICE 6A.2 - BAC 2008 (5 POINTS)

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

Partie A

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) . On prendra pour unité graphique 2 cm sur chaque axe.

Soit P le polynôme défini par :

$$P(z) = z^3 - z^2 - 2z - 12$$

1. a. Calculer $P(3)$. Que peut-on en déduire pour le polynôme P ?

b. Déterminer les réels a , b et c tels que :

$$P(z) = (z - 3)(az^2 + bz + c)$$

2. a. Résoudre dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes l'équation :

$$z^2 + 2z + 4 = 0$$

b. En déduire les solutions de l'équation $P(z) = 0$ dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes.

Partie B

Soit A, B, C et D les points du plan complexe d'affixes respectives :

$$\begin{array}{cc} z_A = -1 + i\sqrt{3} & z_B = 2e^{-\frac{2i\pi}{3}} \\ z_C = 3 - (3\sqrt{3})i & z_D = 3 \end{array}$$

1. a. Calculer le module et un argument de z_A puis écrire z_A sous forme trigonométrique.

b. Écrire z_B sous forme algébrique.

2. Placer sur la feuille de papier millimétré les points A, B, C et D dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

a. Montrer que : $\overrightarrow{DC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.

b. En déduire la nature du quadrilatère ABCD.

EXERCICE 6A.3 - BAC 2009 (5 POINTS)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) . On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation :

$$(z + 4)(z^2 - 4z + 16) = 0$$

2. On considère les nombres complexes définis par :

$$z_A = 2 + 2i\sqrt{3} \quad z_B = 2 - 2i\sqrt{3} \quad z_C = -4$$

Calculer le module et un argument de z_A .

En prenant comme unité graphique 1 cm, placer dans le plan complexe (en utilisant une feuille de papier millimétré) le point A d'affixe z_A , le point B d'affixe z_B et le point C d'affixe z_C .

3. Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

a. Démontrer que les points A, B, C appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

b. Placer le point D milieu du segment [AC].

c. Déterminer la nature du triangle BDA.

EXERCICE 6A.4 - BAC 2009 (5 POINTS)

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$. Le plan complexe est muni d'un

repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) d'unité graphique 1 cm.

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation suivante (E) :

$$(E) : (z - 2)(iz + i + \sqrt{3}) = 0$$

On donnera la forme algébrique des solutions.

2. Les points A et B ont pour affixes respectives :

$$z_A = 2 \quad z_B = -1 + \sqrt{3}i$$

a. Calculer le module et un argument de z_A .

b. Déterminer la forme trigonométrique de z_B .

c. Expliquer pourquoi les points A et B sont sur le même cercle Ω de centre O et de rayon 2.

d. On considère le point C d'affixe $z_C = -1 + \lambda i$ où λ est un nombre réel négatif. Déterminer le nombre λ tel que le point C soit sur le cercle Ω .

Que représente le nombre complexe z_C par rapport au nombre complexe z_B ?

e. Placer avec soin les points A, B et C dans le repère (O, \vec{u}, \vec{v}) . (On laissera apparents les traits de construction à la règle et au compas. Ces traits seront pris en compte dans l'évaluation de la question.)

f. (Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.)

Quelle est la nature du triangle ABC? Justifier.