ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 POINTS)

EXERCICE 1

1. Développer et réduire l'expression :

$$P = (x + 12)(x + 2)$$

2. Factoriser l'expression :

$$Q = (x + 7)^2 - 25$$

3. ABC est un triangle rectangle en A ; x désigne un nombre positif ; BC = x + 7 ; AB = 5.
Faire un schéma et montrer que :

$$AC^2 = x^2 + 14x + 24.$$

EXERCICE 2

Résoudre chacune des deux équations :

$$3(5 + 3x) - (x - 3) = 0$$

$$3(5 + 3x)(x - 3) = 0$$

EXERCICE 3

Sur la couverture d'un livre de géométrie sont dessinées des figures ; celles-ci sont des triangles ou des rectangles qui n'ont aucun sommet commun.

1. Combien de sommets compterait-on s'il y avait 4 triangles et 6 rectangles, soit 10 figures en tout ?

2. En fait, 18 figures sont dessinées et on peut compter 65 sommets en tout. Combien y a t-il de triangles et de rectangles sur cette couverture de livre ?

EXERCICE 4

En indiquant les calculs intermédiaires, écrire A sous la forme d'un nombre entier et B sous la forme $a\sqrt{3}$ (avec a entier).

$$A = \left(3\sqrt{2} - 1\right)\left(\sqrt{2} + 1\right) - 2\sqrt{2}$$

$$B = 5\sqrt{27} + 7\sqrt{5}$$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 POINTS)

EXERCICE 1

Pour traiter cet exercice, utiliser du papier millimétré.
Le plan est muni d'un repère orthonormal (O,1, J). L'unité de longueur est le centimètre.

1. a. Placer les points : A(3 ; -5) et B(-2 ; 5).

b. Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$. (Aucune justification n'est demandée.)

c. Calculer la valeur exacte de la longueur AB.

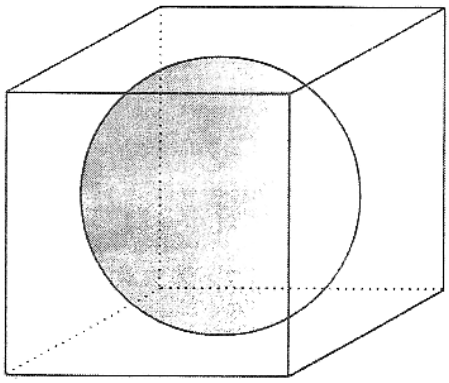
2. a. Placer le point C(-2 ; -4) et le point D, image du point C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

b. Quelles sont les coordonnées du point D ? (aucune justification n'est demandée).

c. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD et quelles sont les coordonnées du point M, intersection des droites (AD) et (BC) ? (Justifier ces deux réponses).

EXERCICE 2

Dans une boîte cubique dont l'arête mesure 7 cm, on place une boule de 7 cm de diamètre (voir le schéma).



Le volume de la boule correspond à un certain pourcentage du volume de la boîte. On appelle ce pourcentage "taux de remplissage de la boîte.

Calculer le taux de remplissage de la boîte.
Arrondir ce pourcentage à l'entier le plus proche.

EXERCICE 3

[AC] et [EF] sont deux segments sécants en B.
On connaît :

AB = 6 cm BC = 10 cm EB = 4,8 cm BF = 8 cm.

1. Faire un dessin en vraie grandeur.

2. Les droites (AE) et (FC) sont-elles parallèles ? Justifier.

3. Les droites (AF) et (EC) sont-elles parallèles ? Justifier.

PROBLÈME (12 POINTS)

Construire un triangle MNP tel que :

PN = 13 cm ; PM = 5 cm ; MN = 12 cm.

PARTIE A

1. Prouver que ce triangle MNP est rectangle en M.

2. Calculer son périmètre et son aire.

3. Tracer le cercle circonscrit au triangle MNP ; préciser la position de son centre O et la mesure de son rayon.

4. Calculer la tangente de l'angle $\widehat{PNM}$; en déduire une mesure approchée de cet angle à 1° près.

PARTIE B

A est un point quelconque du côté [PM].
On pose : AM = *x*. (*x* est donc. un nombre compris entre 0 et 5).
La parallèle à (PN) passant par A coupe le segment [MN] en B.

1. En précisant la propriété utilisée, exprimer MB et AB en fonction de *x*.

2. Exprimer, en fonction de *x*, le périmètre du triangle AMB.

3. Résoudre l'équation: $x + \frac{12x}{5} + \frac{13x}{5} = 18$

4. a. Faire une nouvelle figure en plaçant le point A de façon que le périmètre du triangle AMB soit 18 cm.
b. Quelle est alors l'aire du triangle AMB ?