

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
Fonction linéaire	Connaître la notation $x \mapsto ax$, pour une valeur numérique de a fixée.	La définition d'une fonction linéaire, de coefficient a , s'appuie sur l'étude des situations de proportionnalité rencontrées dans les classes précédentes. On pourra recourir à des tableaux de proportionnalité et on mettra en évidence que le processus de correspondance est "je multiplie par a ". Pour des pourcentages d'augmentation ou de diminution, une mise en évidence similaire peut être faite; par exemple, augmenter de 5% c'est multiplier par 1,05 et diminuer de 5% c'est multiplier par 0,95.
	Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre non nul et de son image. Représenter graphiquement une fonction linéaire. Lire sur la représentation graphique d'une fonction linéaire l'image d'un nombre donné et le nombre ayant une image donnée.	L'étude de la fonction linéaire est aussi une occasion d'utiliser la notion d'image. On introduira la notation $x \mapsto ax$ pour la fonction. A propos de la notation des images $f(2)$, $f(-0,25)$..., on remarquera que les parenthèses y ont un autre statut qu'en calcul algébrique L'énoncé de Thalès permet de démontrer que la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine; cette droite a une équation de la forme $y=ax$. On interprétera graphiquement le nombre a , coefficient directeur de la droite. C'est une occasion de prendre conscience de l'existence de fonctions dont la représentation graphique n'est pas une droite (par exemple, en examinant comment varie l'aire d'un carré quand la longueur de son côté varie de 1 à 3).
Fonction affine. Fonction affine et fonction linéaire associée.	Connaître la notation $x \mapsto ax + b$ pour des valeurs numériques de a et b fixées. Déterminer une fonction affine par la donnée de deux nombres et de leurs images. Représenter graphiquement une fonction affine. Lire sur la représentation graphique d'une fonction affine l'image d'un nombre donné et le nombre ayant une image donnée.	Pour des valeurs de a et b numériquement fixées, le processus de correspondance sera aussi explicité sous la forme "je multiplie par a , puis j'ajoute b ". La représentation graphique de la fonction affine peut être obtenue par une translation à partir de celle de la fonction linéaire associée. C'est une droite, qui a une équation de la forme $y=ax+b$. On interprétera graphiquement le coefficient directeur a et l'ordonnée à l'origine b ; on remarquera la proportionnalité des accroissements de x et y . Pour déterminer la fonction affine associée à une droite donnée dans un repère, on entraînera les élèves à travailler à partir de deux points pris sur la droite et à exploiter la représentation graphique. On fera remarquer qu'une fonction linéaire est une fonction affine. Des enregistrements graphiques ou des courbes représentatives de fonctions non affines peuvent servir de support à la construction de tableaux de valeurs ou à la recherche de particularités d'une fonction : coordonnées de points, sens de variation sur un intervalle donné, maximum, minimum. Aucune connaissance spécifique n'est exigible sur ce sujet.

I. FONCTIONS LINÉAIRES.

a. Définition :

Soit « a » un nombre fixé.

En associant à chaque nombre « x » un nombre « ax » appelé « image de x », on définit **une fonction linéaire** de coefficient a .

On notera cette fonction ainsi :

$$f : x \mapsto ax$$

L'image de x sera notée : $f(x)$.

Exemple :

Soit f est la fonction linéaire de coefficient 2.

On la note :

$$f : x \mapsto 2x$$

Alors :

$$\text{L'image de 5 est : } f(5) = 2 \times 5 = 10.$$

$$\text{L'image de } (-3) \text{ est : } f(-3) = 2 \times (-3) = -6.$$

$$\text{L'image de 1 est : } f(1) = 2 \times 1 = 2.$$

Remarque :

On peut regrouper ces résultats dans un tableau :

x	5	-3	1
f(x)	10	-6	2

C'est un tableau de proportionnalité. Et le coefficient de proportionnalité qui permet d'exprimer $f(x)$ en fonction de x est... 2 ! D'où l'égalité : $f(x) = 2 \times x$.

c. Représentation graphique :

Soit f la fonction linéaire définie par : $f : x \longmapsto ax$

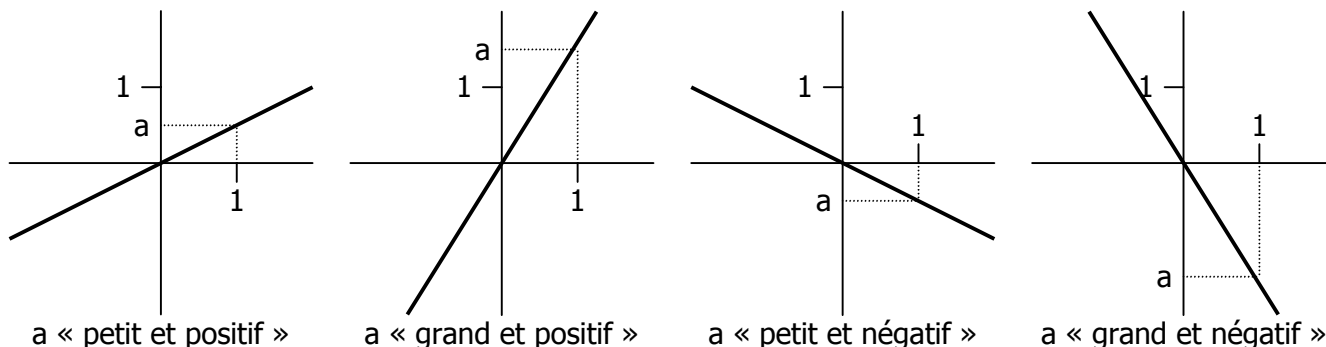
L'ensemble des points de coordonnées $(x ; ax)$ est appelé représentation graphique de la fonction linéaire.

Dans un repère, cette représentation est LA droite passant par :

- L'origine du repère.
- Le point de coordonnées $(1 ; a)$

On dit que cette droite a pour équation : $y = ax$.

« a » est le **coefficient directeur** de la droite. Il indique « l'inclinaison » de la droite.



Remarque :

Si $a = 0$, la représentation la droite se confond avec l'axe des abscisses.

d. Application aux pourcentages (Exemples) :

	Prendre 5% de x .	Augmenter x de 5%.	Diminuer x de 5%.
Calcul à effectuer	Multiplier par 0,05	Multiplier par 1,05	Multiplier par 0,95
Fonction linéaire	$f : x \longmapsto 0,05 x$	$g : x \longmapsto 1,05 x$	$h : x \longmapsto 0,95 x$
Exemple :	Prendre 5% de 20 : $f(20) = 0,05 \times 20 = 1$	Augmenter 20 de 5% : $g(20) = 1,05 \times 20 = 21$	Diminuer 20 de 5% : $h(20) = 0,95 \times 20 = 19$

II. FONCTIONS AFFINES.

a. Définition :

Soit « a » et « b » deux nombres fixés.

En associant à chaque nombre « x » un nombre « $ax + b$ » appelé « image de x », on définit **une fonction affine**.

On notera cette fonction ainsi :

$$g : x \longmapsto ax + b.$$

L'image de x sera notée : $g(x)$.

Exemple :

Soit g est la fonction affine définie par : $g : x \longmapsto 2x - 3$.

Alors :

$$\text{L'image de 5 est : } g(5) = 2 \times 5 - 3 = 10 - 3 = 7.$$

$$\text{L'image de } (-3) \text{ est : } g(-3) = 2 \times (-3) - 3 = -6 - 3 = -9$$

$$\text{L'image de 0 est : } g(0) = 2 \times 0 - 3 = 0 - 3 = -3.$$

Remarque :

La fonction $g : x \longmapsto 2x$ est la **fonction linéaire associée** à f .

b. Représentation graphique :

Soit g la fonction linéaire définie par : $g : x \mapsto ax + b$.

L'ensemble des points de coordonnées $(x ; ax + b)$ est appelé représentation graphique de la fonction affine.

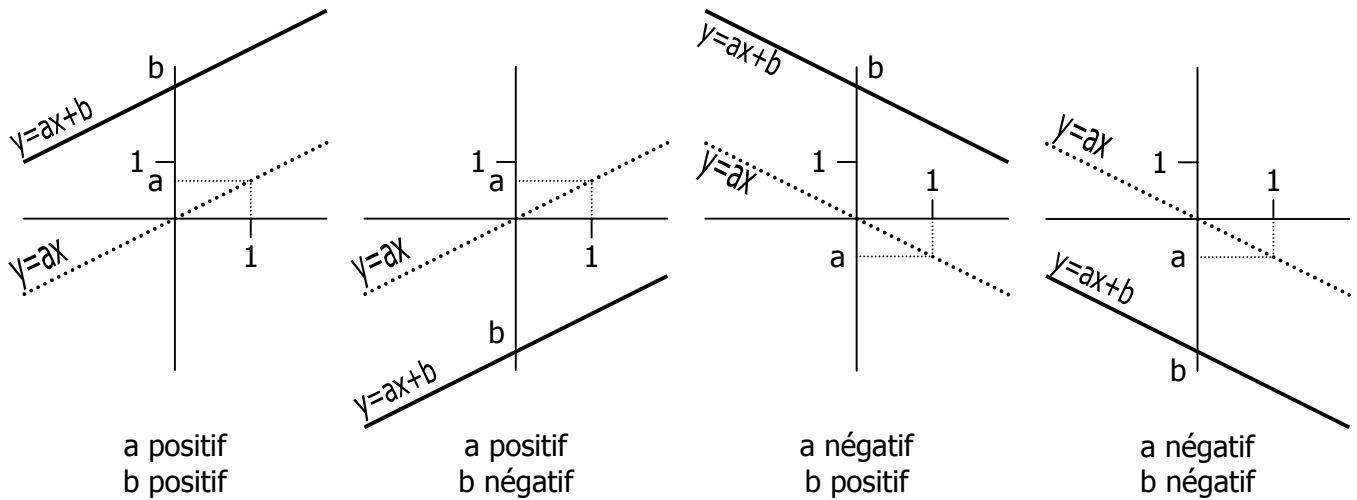
Dans un repère, cette représentation est LA droite :

- Parallèle à la droite représentant la fonction linéaire associée.
- Passant par le point de coordonnées $(0 ; b)$

On dit que cette droite a pour **équation** : $y = ax + b$

« a » est le **coefficient directeur**.

« b » est l'**ordonnée à l'origine**. Il indique la « hauteur » à laquelle la droite coupe l'axe des ordonnées.

**Remarques :**

- Si $a = 0$, la droite d'équation $y = ax + b$ est parallèle à l'axe des abscisses.
- Toute droite non parallèle à l'axe des ordonnées admet une équation de la forme $y = ax + b$, et représente donc une fonction affine.