

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
<p><b>Calculs élémentaires sur les radicaux (racines carrées)</b></p> <p>Produit et quotient de deux radicaux</p>	<p>Savoir que, si <math>a</math> désigne un nombre positif, <math>\sqrt{a}</math> est le nombre positif dont le carré est <math>a</math>. Sur des exemples numériques où <math>a</math> est un nombre positif, utiliser les égalités <math>(\sqrt{a})^2 = a</math> et <math>\sqrt{a^2} = a</math>. Déterminer, sur des exemples numériques, les nombres <math>x</math> tels que <math>x^2 = a</math>, où <math>a</math> désigne un nombre positif. Sur des exemples numériques, où <math>a</math> et <math>b</math> sont deux nombres positifs, utiliser les égalités :</p> $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} ; \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	<p>La touche <math>\sqrt{\quad}</math> de la calculatrice, qui a déjà été utilisée en classe de quatrième, fournit une valeur approchée d'une racine carrée. Le travail mentionné sur les identités remarquables permet d'écrire des égalités comme :</p> $(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) = 1$ $(\sqrt{2} + 1)^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ <p>Ces résultats, que l'on peut facilement démontrer à partir de la définition de la racine carrée d'un nombre positif, permettent d'écrire des égalités telles que :</p> $\sqrt{45} = 3\sqrt{5} ; \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} ; \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ <p>On habituera ainsi les élèves à écrire un nombre sous la forme la mieux adaptée au problème posé.</p>

### I. RACINE CARRÉE D'UN NOMBRE POSITIF.

Soit  $a$  un nombre positif.

On appelle **racine carrée** de  $a$  (notée  $\sqrt{a}$ ) **LE** nombre positif dont le carré vaut  $a$ .

C'est à dire :

$$\text{Pour tout nombre « } a \text{ » positif, } \sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$$

#### **Exemples :**

$3^2 = 9$  et  $(-3)^2 = 9$  donc la racine carrée de 9 est 3. On note :  $\sqrt{9} = 3$ .

$(1,5)^2 = 2,25$  et  $(-1,5)^2 = 2,25$  donc la racine carrée de 2,25 est 1,5. On note :  $\sqrt{2,25} = 1,5$

#### **En particulier :**

$$\sqrt{0} = 0$$

$$\sqrt{1} = 1$$

$$\sqrt{2} \text{ (valeur exacte)} \approx 1,414\ 213\ 562\dots \text{ (valeur approchée)}$$

#### **Remarque :**

Puisqu'un carré est toujours positif, un nombre négatif n'a pas de racine carrée.

### II. ÉQUATIONS DU TYPE « $x^2 = a$ ».

#### **Exemple :**

L'équation  $x^2 = 5$  admet 2 solutions :  $\sqrt{5}$  et  $-\sqrt{5}$ .

En effet :

$$\text{Si } x = \sqrt{5}, \text{ alors } x^2 = (\sqrt{5})^2 = 5.$$

$$\text{Si } x = -\sqrt{5}, \text{ alors } x^2 = (-\sqrt{5})^2 = (\sqrt{5})^2 = 5.$$

#### **RÈGLE :**

**Quand  $a$  est un nombre positif, l'équation «  $x^2 = a$  » admet deux solutions :  $\sqrt{a}$  et  $-\sqrt{a}$ .**

#### **Remarques :**

Si  $a = 0$ , l'équation «  $x^2 = 0$  » n'admet qu'une seule solution car  $\sqrt{0} = -\sqrt{0} = 0$ .

Si  $a$  est négatif, l'équation «  $x^2 = a$  » n'a pas de solution car UN CARRÉ EST TOUJOURS POSITIF.

**III. CALCULS SUR LES RACINES CARRÉES.**

Soit a et b deux nombres positifs.

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

**Exemples :**

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{\frac{5}{9}} = \sqrt{\frac{5}{3^2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3^2}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Par convention, on essaiera toujours d'écrire les racines carrées de façon simplifiées, c'est à dire :

- En « faisant sortir les carrés de la racine ».
- En ne laissant pas de racines carrées au dénominateur.

ÉCRITURE NON SIMPLIFIÉE	$\sqrt{12}$	$\sqrt{\frac{5}{9}}$
ÉCRITURE SIMPLIFIÉE	$2\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{5}}{3}$