

**ACTIVITÉ 2.1 - PROPRIÉTÉS DU PGCD.**

a. Écrire dans chaque case la liste des diviseurs des deux nombres pour trouver leur PGCD.

Diviseurs de 96 :	Diviseurs de 68 ( $68 = 96 - 28$ ) :	Diviseurs de 40 ( $40 = 68 - 28$ ) :
Diviseurs de 28 :	Diviseurs de 28 :	Diviseurs de 28 :
PGCD de 96 et 28 :	PGCD de 60 et 28 :	PGCD de 40 et 28 :

On remarque que le PGCD de deux nombres  $a$  et  $b$  ( $a > b$ ) est toujours égal au PGCD de  $b$  et  $(a - b)$ .

En effet,  $\text{PGCD}(96 ; 28) = \text{PGCD}(68 ; 28) = \text{PGCD}(40 ; 28) = 4$ .

On peut même aller jusqu'à remarquer que « le PGCD de deux nombres  $a$  et  $b$  ( $a > b$ ) est toujours égal au PGCD de  $b$  et  $r$  ( $r$  est le reste de la division euclidienne de  $a$  par  $b$ ). »

b. Compléter ces égalités en utilisant la formule **PGCD (a ; b) = PGCD (b ; r)** :

$\text{PGCD}(453 ; 43) = \text{PGCD}(\dots ; \dots)$	$\text{PGCD}(263 ; 17) = \text{PGCD}(\dots ; \dots)$	$\text{PGCD}(1053 ; 325) = \text{PGCD}(\dots ; \dots)$
--	--	--

**ACTIVITÉ 2.2 - ALGORITHME D'EUCLIDE.**

Notre objectif est de déterminer le PGCD de 1 053 et 325.

<b>1<sup>ÈRE</sup> ÉTAPE :</b> 1 053 : 325 = 3,24 1 053 - 325 × 3 = 78	<b>a = 1 053</b> Donc le quotient est 3. Donc le reste est 78. <b>PGCD(1 053 ; 325) = PGCD(325 ; 78)</b>	<b>b = 325</b>
<b>2<sup>ÈME</sup> ÉTAPE :</b> 325 : 78 ≈ 4,166666... 325 - 78 × 4 = 13	<b>a = 325</b> Donc le quotient est 4. Donc le reste est 13. <b>PGCD(325 ; 78) = PGCD(78 ; 13)</b>	<b>b = 78</b>
<b>3<sup>ÈME</sup> ÉTAPE :</b> 78 : 13 = 6 78 - 13 × 6 = 0	<b>a = 78</b> Donc le quotient est 6. Ce quotient est EXACT. Donc le reste est 0. Donc 78 est un multiple de 13. Donc 13 est le plus grand diviseur commun (PGCD) de 78 et 13. <b>PGCD(78 ; 13) = 13</b>	<b>b = 13</b>

**Conclusion :**  $\text{PGCD}(1\ 053 ; 325) = \text{PGCD}(325 ; 78) = \text{PGCD}(78 ; 13) = 13$

Cette suite d'opérations s'appelle *Algorithme d'Euclide* et permet de retrouver le PGCD de deux « grands » nombres en se ramenant à des nombres plus petits. Le PGCD est toujours le **dernier reste non nul trouvé**.

→ On peut présenter ces résultats sous forme d'un tableau :

Étapes	a	b	r		$a - bq = r$
1	1 053	325	78	←	$1\ 053 - 325 \times 3 = 78$ (1 <sup>ÈRE</sup> ÉTAPE)
2	325	78	<u>13</u>	←	$325 - 78 \times 4 = 13$ (2 <sup>ÈME</sup> ÉTAPE)
3	78	13	0	←	$78 - 13 \times 6 = 0$ (3 <sup>ÈME</sup> ÉTAPE)

→ Déterminer le PGCD de 530 et 336 en utilisant ce tableau :

Étapes	a	b	r		$a - bq = r$
1	66	18	194	←	$66 - 18 \times 3 = 12$
2				←	$\dots - \dots \times \dots = \dots$
3				←	$\dots - \dots \times \dots = \dots$