

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
Sphère.	Savoir que la section d'une sphère par un plan est un cercle. Savoir placer le centre de ce cercle et calculer son rayon connaissant le rayon de la sphère et la distance du plan au centre de la sphère. Représenter une sphère et certains de ses grands cercles. On mettra en évidence les grands cercles de la sphère, les couples de points diamétralement opposés. On examinera le cas particulier où le plan est tangent à la sphère.	On fera le rapprochement avec les connaissances que les élèves ont déjà de la sphère terrestre, notamment pour les questions relatives aux méridiens et parallèles.
Problèmes de sections planes de solides.	Connaître la nature des sections du cube, du parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face, à une arête. Connaître la nature des sections du cylindre de révolution par un plan parallèle ou perpendiculaire à son axe. Représenter et déterminer les sections d'un cône de révolution et d'une pyramide par un plan parallèle à la base.	Des manipulations préalables (sections de solides en polystyrène par exemple) permettent de conjecturer ou d'illustrer la nature des sections planes étudiées. Ce sera une occasion de faire des calculs de longueur et d'utiliser les propriétés rencontrées dans d'autres rubriques ou les années antérieures. A propos de pyramides, les activités se limiteront à celles dont la hauteur est une arête latérale et aux pyramides régulières qui permettent de retrouver les polygones étudiés par ailleurs.
Calculs d'aires et de volumes	Calculer l'aire d'une sphère de rayon donné. Calculer le volume d'une boule de rayon donné.	Le travail avec un formulaire, qui n'exclut pas la mémorisation, permettra le réinvestissement et l'entretien d'acquis des années précédentes : aires des surfaces et volumes des solides étudiés dans ces classes.
Effet d'une réduction ou d'un agrandissement sur des aires ou des volumes.	Connaître et utiliser le fait que, dans un agrandissement ou une réduction de rapport k , - l'aire d'une surface est multipliée par k^2 , - le volume d'un solide est multiplié par k^3 .	Des activités de comparaison d'aires, d'une part, et de volumes, d'autre part, seront autant d'occasions de manipulation de formules et de transformation d'expressions algébriques. Ce travail prend appui sur celui fait en géométrie dans l'espace.

I. SPHÈRE

a. Définition :

Soit O un point de l'espace.

On appelle sphère de centre O et de rayon R l'ensemble de tous les points de l'espace qui sont situés à une distance R du point O .

Les segments $[AB]$, $[A_1B_1]$ et $[A_2B_2]$ sont des diamètres de la sphère.

On dit que les points A et B sont diamétralement opposés.

Remarque : L'intérieur de la sphère est appelé « boule de centre O ».

b. Aire de la sphère :

L'aire de la sphère de rayon R est donné par la formule :

$$A = 4 \pi R^2$$

c. Volume de la boule :

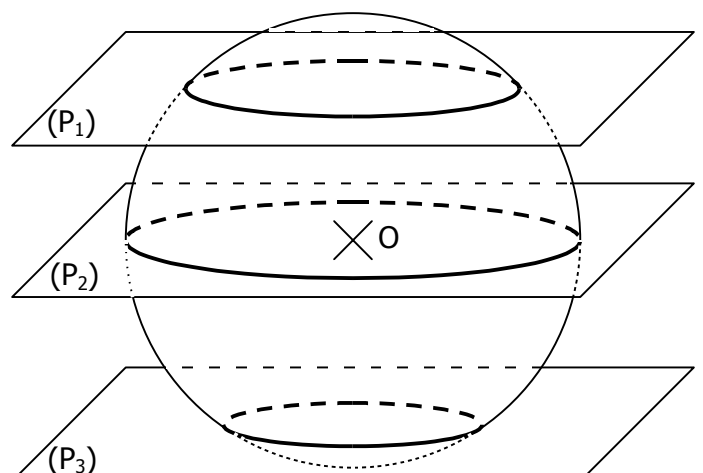
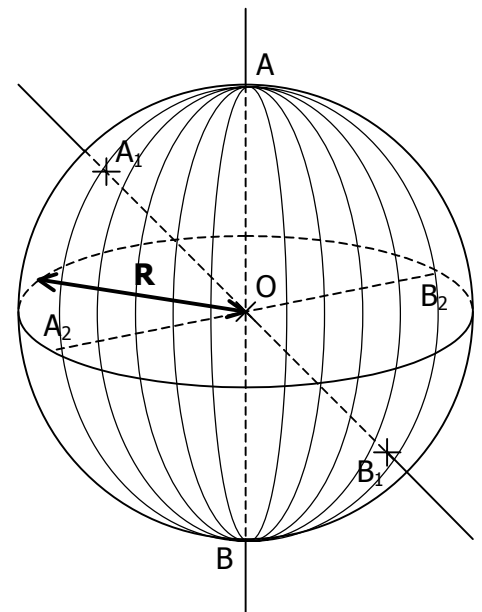
Le volume d'une boule de rayon R est donné par la formule :

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

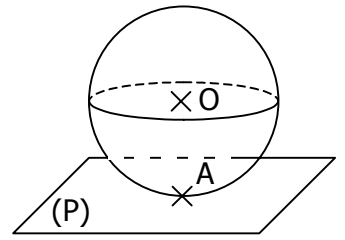
II. SECTION D'UNE SPHÈRE PAR UN PLAN

La section d'une sphère par un plan est un cercle.

Remarque : Quand le plan passe par le centre O (Plan P_2), le cercle a le même rayon que la sphère. On dit que c'est un grand cercle de la sphère.



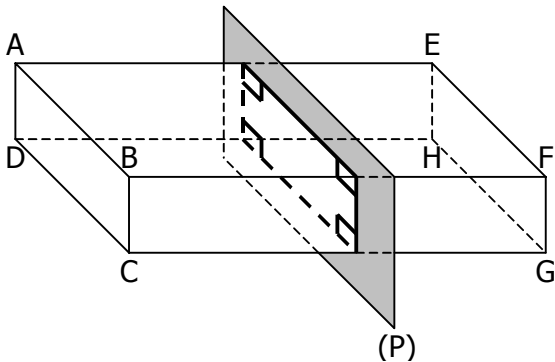
Cas particulier : Quand la section de la sphère par le plan n'est qu'un point (un « cercle de rayon nul »), on dit que le plan est tangent à la sphère.



III. SECTION D'UN PAVÉ PAR UN PLAN.

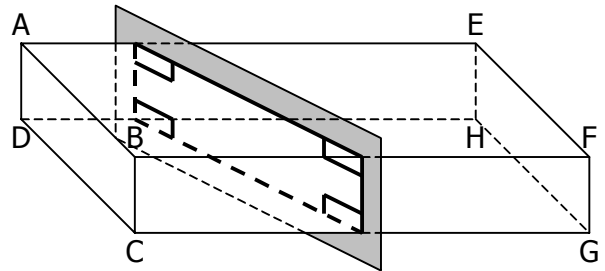
La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une face est un rectangle identique à cette face.

Exemple : Le plan (P) est parallèle à la face ABCD (ou EFGH) :



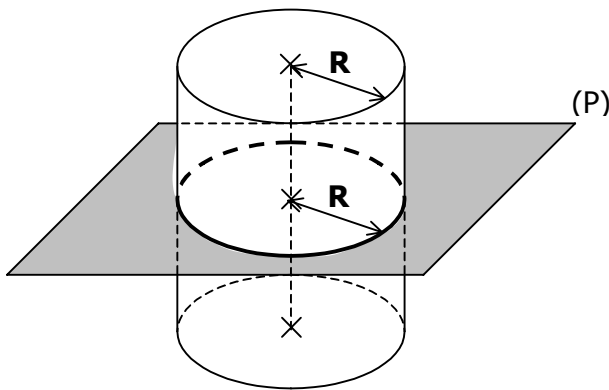
La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une arête est un rectangle.

Exemple : Le plan (P) est parallèle à l'arête [AD] (ou [BC] ou [EH] ou [FG]) :

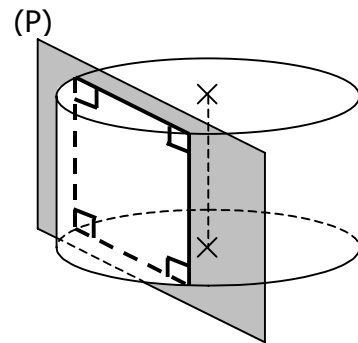


IV. SECTION D'UN CYLINDRE DE RÉVOLUTION PAR UN PLAN.

La section d'un cylindre de rayon R par un plan parallèle aux bases est un cercle de rayon R.

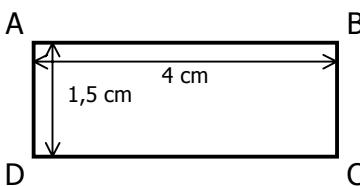


La section d'un cylindre par un plan parallèle à l'axe de révolution est un rectangle.

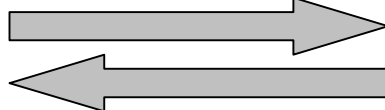


V. SECTIONS D'UNE PYRAMIDE OU D'UN CÔNE PAR UN PLAN.

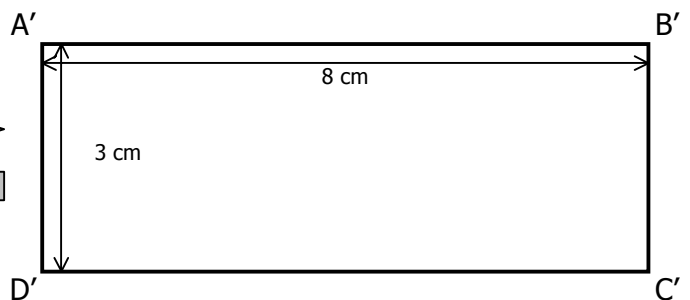
a. Agrandissement et réduction (Exemple) :



Le rectangle A'B'C'D' est obtenu à partir du rectangle ABCD par un **agrandissement de rapport 2**, c'est à dire que toutes les longueurs ont été **multipliées par 2**.

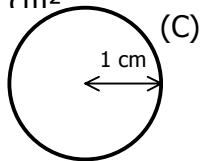


Le rectangle ABCD est obtenu à partir du rectangle A'B'C'D' par une **réduction de rapport 2**, c'est à dire que toutes les longueurs ont été **divisées par 2** (ou **multipliées par 1/2**).



b. Effet d'une réduction ou d'un agrandissement sur des aires ou des volumes :

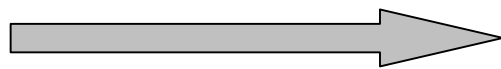
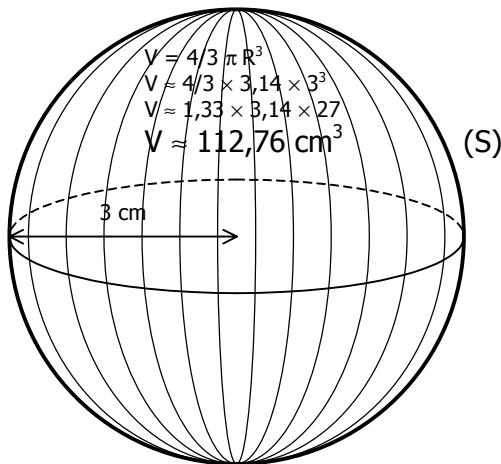
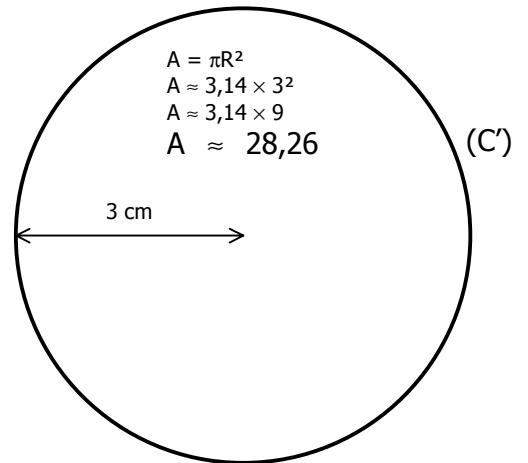
$A = \pi R^2$
 $A \approx 3,14 \times 1^2$
 $A \approx 3,14$
 cm^2



Le cercle (C') a été obtenu à partir du cercle (C) par un **agrandissement de rapport 3**.

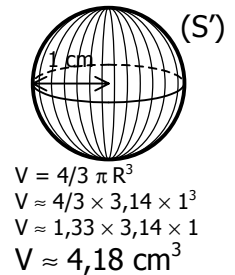
- Les longueurs ont été multipliées par 3.
- L'**aire** a été multipliée par $3^2 = 9$.

$A = \pi R^2$
 $A \approx 3,14 \times 3^2$
 $A \approx 3,14 \times 9$
 $A \approx 28,26$



La sphère (S') a été obtenue à partir de la sphère (S) par une **réduction de rapport 3**.

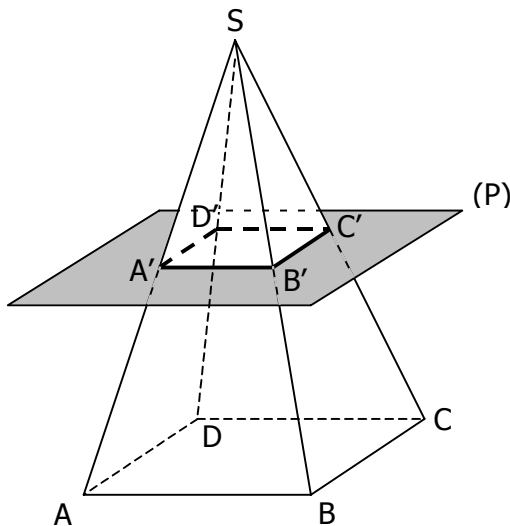
- Les longueurs ont été divisées par 3 (ou multipliées par 1/3).
- Le **volume** a été divisé par $3^3 = 27$ (ou multiplié par 1/27).



Propriété : Dans un agrandissement (ou une réduction) de rapport k :

- Les longueurs sont multipliées (ou divisées) par k.
- Les aires sont multipliées (ou divisées) par k^2 .
- Les volumes sont multipliés (ou divisés) par k^3 .

c. Sections d'une pyramide ou d'un cône par un plan



Pyramide

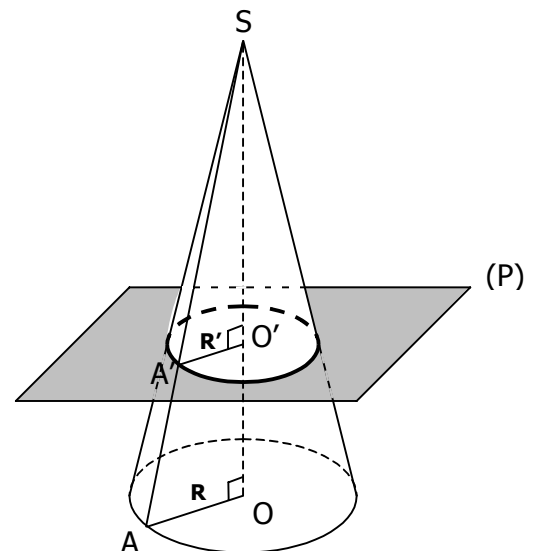
On remarque que :
 $(AB) \parallel (A'B')$ $(BC) \parallel (B'C')$ $(CD) \parallel (C'D')$ $(DA) \parallel (D'A')$
 D'après la propriété de Thalès, on peut donc écrire :

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'A'}{DA} = k$$

C'est le rapport de la réduction (donc < 1)

La section d'une pyramide ou d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est une réduction de la base.

C'est à dire que c'est une figure de même nature (rectangle, carré, cercle...) mais dont les longueurs sont proportionnelles à la base.



Cône de révolution

On remarque que :
 $(OA) \parallel (O'A')$
 D'après la propriété de Thalès, on peut donc écrire :

$$\frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{A'O'}{AO} = k$$

C'est le rapport de la réduction (donc < 1)