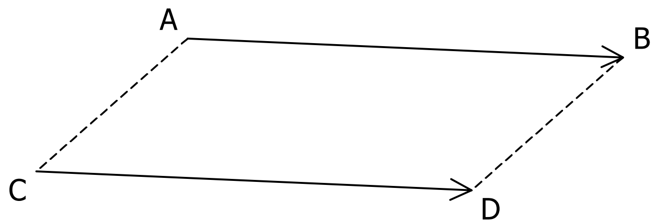
CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
Vecteurs et translations Égalité vectorielle	Connaître et utiliser l'écriture vectorielle $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ pour exprimer que la translation qui transforme A en B transforme aussi C en D. Lier cette écriture vectorielle au parallélogramme ABCD éventuellement aplati.	Cette rubrique prend en compte les acquis du cycle central sur les parallélogrammes et sur la translation. Elle est orientée vers la reconnaissance, dans les couples (A,A'), (B,B'), (C,C')...de points homologues par une même translation, d'un même objet nommé vecteur. On écrira $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \ldots$ L'un des objectifs est que les élèves se représentent un vecteur à partir d'une direction, d'un sens et d'une longueur. On mettra en évidence la caractérisation d'une égalité vectorielle $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ à l'aide de milieux de [AD] et [BC] : Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ alors les segments [AD] et [BC] ont le même milieu. Si les segments [AD] et [BC] ont le même milieu, alors on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$
Composition de deux translations; somme de deux vecteurs.	Utiliser l'égalité $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ et la relier à la composée de deux translations. Construire un représentant du vecteur somme à l'aide d'un parallélogramme.	Des activités de construction conduiront à l'idée que la composée de deux translations est une translation. A partir de ce résultat, à établir ou admettre, on définira la somme de deux vecteurs. On introduira le vecteur nul $\overrightarrow{0} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \ldots$ ainsi que l'opposé d'un vecteur. Aucune compétence n'est exigible des élèves sur l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ ni, plus généralement, sur la soustraction vectorielle.
Composition de deux symétries centrales.	Savoir que l'image d'une figure par deux symétries centrales successives de centres différents est aussi l'image de cette figure par une translation. Connaître le vecteur de la translation composée de deux symétries centrales.	Des activités de construction permettront de conjecturer le résultat de composition de deux symétries centrales. La démonstration sera l'occasion de revoir la configuration des milieux dans un triangle. On pourra utiliser, pour sa commodité, la notation $2\overrightarrow{AB}$ pour désigner $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$. Tout commentaire sur le produit d'un vecteur par un entier est hors programme, ainsi que la notation "o" pour désigner la composée.

I. TRANSLATION (RAPPELS) - ÉGALITÉ VECTORIELLE.

a. Rappel :

B est l'image de A par la translation qui transforme C en D revient à dire que ABDC est un parallélogramme.



b. Écriture vectorielle d'une translation :

Concrètement, cela signifie que « le trajet qui va de A à B est exactement le même que celui qui va de C à D ». Ces deux trajets ont :

- La même **direction** (Car les droites (AB) et (CD) sont parallèles).
- Le même **sens** (de A vers B, de C vers D).
- La même **longueur** (car AB = CD).

On dit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont **égaux** et on note $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Remarque :

Dans le parallélogramme ABCD, on peut aussi écrire les égalités suivantes :

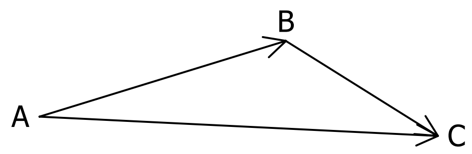
$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC}$ $\qquad$ $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ $\qquad$ $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DB}$

II. SOMME DE DEUX VECTEURS.

a. Composée de deux translations :

A a pour image B par une translation, de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

B a pour image C par une translation, de vecteur $\overrightarrow{BC}$.



La composée de ces deux translations est la translation qui transforme directement A en C, de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

On note : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Cette égalité s'appelle la **Relation de Chasles**. Elle permet de transformer une somme de deux vecteurs en un seul vecteur, et réciproquement.

b. Vecteur nul :

Le **vecteur nul**, noté $\vec{0}$ est le vecteur $\overrightarrow{AA}$, $\overrightarrow{BB}$, …

D'après la relation de Chasles, pour tout vecteur $\overrightarrow{AB}$, on a : $\overrightarrow{AB} + \vec{0} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$.

c. Opposé d'un vecteur :

On dit que le vecteur $\overrightarrow{BA}$ est **l'opposé** du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

En effet, d'après la relation de Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

d. Notation particulière (exemple) :

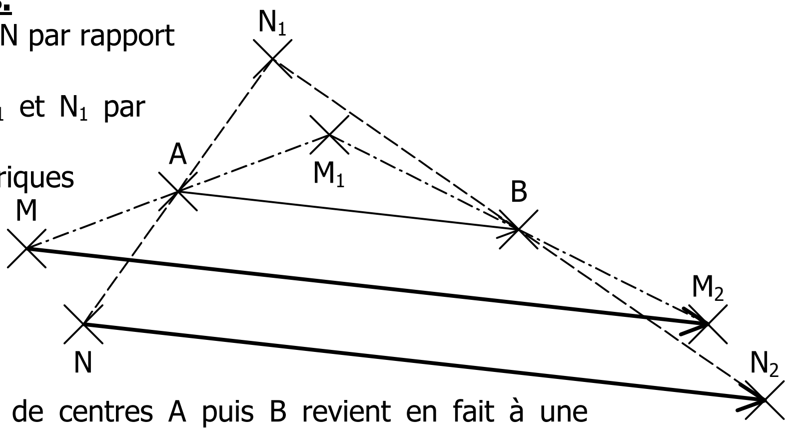
Par commodité, on note parfois $2\overrightarrow{AB}$ à la place de la somme $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$.

III. COMPOSITION DE DEUX SYMÉTRIES CENTRALES.

M_1 et N_1 sont les symétriques respectifs de M et N par rapport à A.

M_2 et N_2 sont les symétriques respectifs de M_1 et N_1 par rapport à B.

Alors, les points M_2 et N_2 sont les symétriques respectifs de M et N par la composée des deux symétries centrales précédentes.



Remarque :

On dirait bien que $\overrightarrow{MM_2} = \overrightarrow{NN_2} = 2\overrightarrow{AB}$

En effet, cette composition de deux symétries de centres A puis B revient en fait à une translation de vecteur $2\overrightarrow{AB}$.

IV. Caractérisation d'une égalité vectorielle.

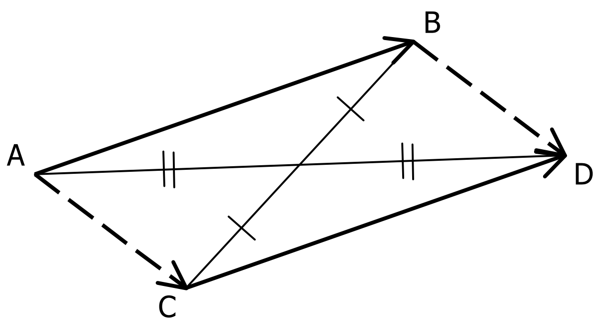
a. Parallélogramme :

Dans la mesure où l'égalité $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ revient à dire que ABDC est un parallélogramme, on peut écrire les propositions suivantes :

SI $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$,
ALORS les segments [AD] et [BC] ont le même milieu.

SI les segments [AD] et [BC] ont le même milieu,

ALORS on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.



b. Milieu d'un segment :

SI $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$, ALORS B est le milieu du segment [AC].

SI B est le milieu du segment [AC], ALORS $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.