

**Objectifs visés par l'enseignement des statistiques et probabilités à l'occasion de résolutions de problèmes...**

→ dans le cadre des probabilités, rendre les élèves capables :

- d'étudier et modéliser des expériences relevant de l'équiprobabilité (par exemple, lancers de pièces ou de dés, tirage de cartes) ;
- de proposer un modèle probabiliste à partir de l'observation de fréquences dans des situations simples ;
- d'interpréter des événements de manière ensembliste ;
- de mener à bien des calculs de probabilité.

Les situations étudiées concernent des expériences à une ou plusieurs épreuves.

- La répétition d'expériences aléatoires peut donner lieu à l'écriture d'algorithmes (marches aléatoires).

CONTENUS	CAPACITES ATTENDUES	COMMENTAIRES
<b>Probabilité sur un ensemble fini</b> Probabilité d'un événement	Déterminer la probabilité d'événements dans des situations d'équiprobabilité. Utiliser des modèles définis à partir de fréquences observées.	La probabilité d'un événement est définie comme la somme des probabilités des événements élémentaires qui le constituent.
Réunion et intersection de deux événements, formule : $p(A \cup B) + p(A \cap B) = p(A) + p(B)$ .	Connaître et exploiter cette formule.	Pour les calculs de probabilités, on utilise des arbres, des diagrammes ou des tableaux.

**I. VOCABULAIRE****a. Expérience aléatoire**

C'est une expérience (ou épreuve) dont on connaît parfaitement les conditions de déroulement mais dont les résultats dépendent du hasard.

**Exemple :**

Lancer un dé à 6 faces non pipé constitue une expérience aléatoire.

**b. Univers**

C'est l'ensemble des résultats possibles d'une expérience aléatoire. On le note  $\Omega$

**Exemple :**

$$\Omega = \{ \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \}.$$

**c. Evénement**

C'est une partie de l'univers. (Si cette partie ne contient qu'un seul élément, on parle d'**événement élémentaire**).

**Exemple :**

$$A = \text{« J'obtiens un nombre pair »} = \{ \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \}.$$

$\emptyset$  = événement **impossible**.

$$\Omega = \{ \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \} = \text{événement } \mathbf{certain}.$$

**d. Evénements incompatibles**

Deux événements n'ayant aucun élément en commun sont dits **incompatibles** (ou **disjoints**).

**Exemple :**

A = « J'obtiens un nombre pair » et B = « J'obtiens un nombre impair » sont incompatibles.

**e. Evénement contraire**

Si A est un événement, on note  $\overline{A}$  l'événement contraire de A formé de tous les éléments de  $\Omega$  qui n'appartiennent pas à A.

**Exemple :**

$$\text{Si } A = \{ \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \} \text{ alors } \overline{A} = \{ \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \}.$$

**f. Intersection d'événements : « A et B »**

Si A et B sont deux événements, on note  $A \cap B$  (« A inter B ») l'ensemble de tous les éléments qui appartiennent à la fois à A **et** B.

**Exemple :**

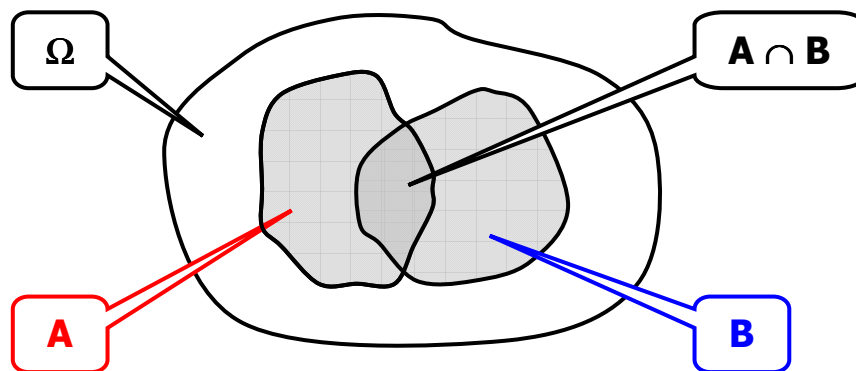
Si  $A = \{ \square ; \square ; \square ; \square \}$  et  $B = \{ \square ; \square ; \square ; \square \}$  alors  $A \cap B = \{ \square ; \square \}$ .

**g. Union d'événements : « A ou B »**

Si A et B sont deux événements, on note  $A \cup B$  (« A union B ») l'ensemble de tous les éléments qui appartiennent à A **ou** à B (ou aux deux à la fois).

**Exemple :**

Si  $A = \{ \square ; \square ; \square \}$  et  $B = \{ \square ; \square ; \square \}$  alors  $A \cup B = \{ \square ; \square ; \square ; \square \}$ .

**II. PROBABILITES SUR LES ENSEMBLES FINIS**

On ne s'intéresse ici qu'à des expériences ayant un nombre fini de résultats possibles. Donc  $\Omega$  a aussi un nombre fini d'éléments (et à fortiori tous les événements, qui sont des parties de  $\Omega$ ). On peut donc les compter.

**a. Probabilité**

A chaque événement A on associe un **nombre** appelé **probabilité de A**, noté  $P(A)$  tel que :

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$$P(\Omega) = 1$$

$$P(\emptyset) = 0$$

**b. Propriétés**

Soit A et B deux événements :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

**Remarque :**

Si A et B sont incompatibles, alors  $A \cap B = \emptyset$ , donc  $P(A \cap B) = 0$  et donc  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

**Une formule utile :**

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})$$

**III. EQUIPROBABILITE**

On dit qu'il y a équiprobabilité si tous les événements élémentaires qui constituent l'univers ont la même probabilité. Dans ce cas, on a :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de } \Omega}$$

**Exemple :**

Si  $\Omega = \{ \square ; \square ; \square ; \square ; \square ; \square \}$ , alors  $P(\square) = P(\square) = P(\square) = P(\square) = P(\square) = P(\square) = \frac{1}{6}$ .