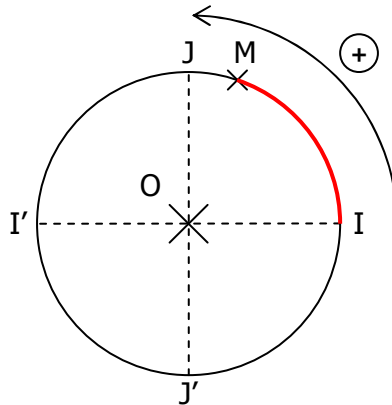


CONTENUS	CAPACITES ATTENDUES	COMMENTAIRES
« Enroulement de la droite numérique » sur le cercle trigonométrique et définition du sinus et du cosinus d'un nombre réel.	On fait le lien avec les valeurs des sinus et cosinus des angles de 0° , 30° , 45° , 60° , 90° .	On fait le lien avec la trigonométrie du triangle rectangle vue au collège. La notion de radian n'est pas exigible.

I. LE CERCLE TRIGONOMETRIQUE

a. Repérage d'un point sur le cercle trigonométrique

On appelle *cercle trigonométrique* un cercle de rayon 1 (le sens anti-horaire), autour duquel on a « enroulé » la droite numérique. L'origine est le point I. On définit ensuite un sens de rotation appelé « sens direct »



A tout réel x , on peut associer un point M sur le cercle de la façon suivante :

- si $x > 0$, on parcourt la distance x sur le cercle en partant du point I dans le sens direct.
- si $x < 0$, on parcourt la distance x sur le cercle en partant du point I dans le sens indirect.

La longueur de l'arc \widehat{IM} est alors $|x|$.

Exemple :

La longueur totale du cercle est : $2 \times \pi \times R = 2 \times \pi \times 1 = 2\pi$

Le point J est repéré par le nombre : $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ (un quart de tour dans le sens direct)

Le point J' est repéré par le nombre : $-\frac{\pi}{2}$ (un quart de tour dans le sens indirect) ou $\frac{3\pi}{2}$ (trois quarts de tour dans le sens direct)

b. Angle et longueur de l'arc.

La **longueur de l'arc** intercepté par un angle au centre du cercle trigonométrique est proportionnelle à la mesure de l'angle en degré. Cet angle est **orienté**, c'est-à-dire positif ou négatif suivant le sens dans lequel on tourne.

Exemples :

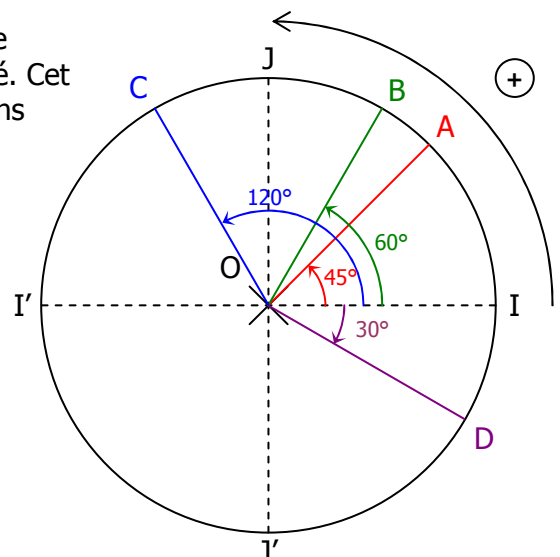
$$\widehat{IOA} = 45^\circ = \frac{1}{8} \text{ de tour} = \frac{1}{8} \times 2\pi = \frac{\pi}{4}$$

$$\widehat{IOB} = 60^\circ = \frac{1}{6} \text{ de tour} = \frac{1}{6} \times 2\pi = \frac{\pi}{3}$$

$$\widehat{IOC} = 120^\circ = \frac{1}{3} \text{ de tour} = \frac{1}{3} \times 2\pi = \frac{2\pi}{3}$$

$$\widehat{IOD} = 30^\circ = \frac{1}{12} \text{ de tour (sens indirect)} = -\frac{1}{12} \times 2\pi = -\frac{\pi}{6}$$

$$\widehat{IOI'} = 180^\circ = \text{un demi-tour} = \pi$$



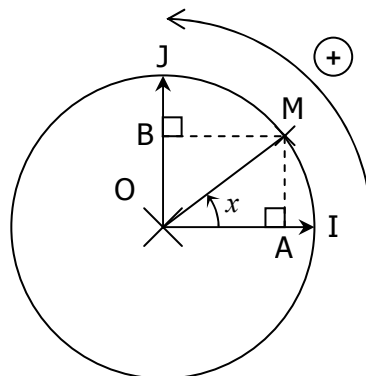
Remarques :

- Tout point peut être repéré par une infinité de nombres. Par exemple A est associé aux nombres 0 (aucun tour), 2π (un tour), 4π (deux tours...), -2π ...
- La longueur de l'arc est en fait une autre façon de mesurer un angle, qu'on appelle le **radian**

II. COSINUS ET SINUS

On munit le cercle trigonométrique d'un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$.

Soit x la mesure en radian d'un angle, et M le point tel que $\widehat{IOM} = x$



Dans le triangle rectangle OAM, on a :

$$\cos x = \frac{OA}{OM}$$

$$\cos x = \frac{OA}{1} \text{ (le cercle a pour rayon 1)}$$

$$\cos x = OA$$

donc **cos x est l'abscisse de M.**

De même

$$\sin x = \frac{MA}{OM}$$

$$\sin x = \frac{MA}{1} \text{ (le cercle a pour rayon 1)}$$

$$\sin x = MA = OB$$

donc **sin x est l'ordonnée de M.**

Conclusion :

Si M est le point associé à réel x sur le cercle trigonométrique, alors **M(cos x ; sin x)**.

Remarques :

- Pour tout x , on a $-1 \leq \cos x \leq 1$ et $-1 \leq \sin x \leq 1$
- Dans le triangle OAM rectangle en A on a $OM = 1$, $OA = \cos x$ et $AM = \sin x$, alors d'après le théorème de Pythagore $OA^2 + AM^2 = OM^2$ et donc : **$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$**

Quelques valeurs remarquables :

x (rad)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
x (°)	0	30°	45°	60°	90°
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1