

Dans tous ces exercices, le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$

**EXERCICE 4B.1**

On considère les points  $A(-1 ; 4)$ ,  $B(3 ; 1)$ ,  $C(7 ; -2)$  et  $D(-6 ; -8)$ .  
Calculer les distances  $AB$ ,  $AC$  et  $AD$ .

**EXERCICE 4B.2**

On considère les points  $A(1 ; 5)$ ,  $B(3 ; 8)$  et  $C(9 ; 4)$ .  
Montrer que le triangle  $ABC$  est rectangle.

**EXERCICE 4B.3**

On considère les points  $A(-1 ; 1)$ ,  $B(1 ; 1)$  et  $C(0 ; 1 + \sqrt{3})$ .  
Montrer que le triangle  $ABC$  est équilatéral.

**EXERCICE 4B.4**

On considère les points  $A(-1 ; 3)$ ,  $B(1 ; 6)$  et  $C(4 ; 4)$ .  
Quelle est la nature du triangle  $ABC$  ?

**EXERCICE 4B.5**

On considère les points  $A(-1 ; 2)$ ,  $B(0 ; 4)$ ,  $C(2 ; 5)$  et  $D(1 ; 3)$ .  
Quelle est la nature du quadrilatère  $ABCD$  ?

**EXERCICE 4B.6**

On considère les points  $A(-3 ; 5)$ ,  $B(-4 ; 7)$ ,  $C(-6 ; 6)$  et  $D(-5 ; 4)$ .  
Démontrer que  $ABCD$  est un carré.

**EXERCICE 4B.7**

On considère les points  $A(-1 ; 2)$ ,  $B(1 ; 2)$ ,  $C(3 ; -1)$  et  $D(-3 ; -1)$ .  
Démontrer que  $ABCD$  est un trapèze isocèle.

**EXERCICE 4B.8**

1. On considère un triangle  $ABC$  rectangle en  $A$ . Ecrire la relation de Pythagore pour ce triangle.

2. a. On note  $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$  et  $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ . Démontrer que dans ce cas  $\overrightarrow{BC} = \vec{v} - \vec{u}$ .

(Remarque : puisque le triangle est rectangle en  $A$ , on dit que les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont **orthogonaux**).

b. On note  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ .

c. Montrer que l'égalité de Pythagore revient à dire que  $xx' + yy' = 0$

**On retiendra la propriété suivante :**

$$\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \text{ sont orthogonaux } \Leftrightarrow xx' + yy' = 0$$

**EXERCICE 4B.9**

Dans chaque cas, dire si les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont orthogonaux.

a.  $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$

b.  $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$

c.  $\vec{u} \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

d.  $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$

e.  $\vec{u} \begin{pmatrix} -6 \\ 15 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$

f.  $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} 11 \\ 0 \end{pmatrix}$

g.  $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} -5 \\ -10 \end{pmatrix}$

h.  $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix}$

i.  $\vec{u} \begin{pmatrix} 35 \\ 14 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$

**EXERCICE 4B.10**

Refaire les exercices **4B.2**, **4B.4** et **4B.6** en utilisant le critère d'orthogonalité.