Le travail sur les séries statistiques et les probabilités mené en classe de seconde se poursuit avec la mise en place de nouveaux outils. Les sciences et techniques industrielles et du laboratoire fournissent un large éventail de sujets d'étude. Cette partie est organisée selon trois objectifs principaux :

(…)

- **Mettre en place la loi binomiale :** On s'appuie sur l'expérimentation et la simulation pour étudier le schéma de Bernoulli. On introduit la notion de variable aléatoire et on installe la loi binomiale dont les utilisations sont nombreuses dans les domaines technologiques.
- **Expérimenter la notion de différence significative par rapport à une proportion attendue :** L'acquisition de la loi binomiale permet de poursuivre la formation des élèves dans le domaine de l'échantillonnage et des procédures de prise de décision en contexte aléatoire. On fait remarquer que, pour une taille de l'échantillon importante, on conforte les résultats vus en classe de seconde.

CONTENUS	CAPACITES ATTENDUES	COMMENTAIRES
Probabilités Schéma de Bernoulli. Variable aléatoire associée au nombre de succès dans un schéma de Bernoulli.	- Représenter un schéma de Bernoulli par un arbre pondéré. - Simuler un schéma de Bernoulli.	Pour la répétition d'expériences identiques et indépendantes, la probabilité d'une liste de résultats est le produit des probabilités de chaque résultat. La notion de probabilité conditionnelle est hors programme. L'étude du schéma de Bernoulli se prête particulièrement à des activités algorithmiques. Aucun développement théorique à propos de la notion de variable aléatoire n'est attendu.
Loi binomiale. Espérance, variance et écart type de la loi	- Reconnaître des situations relevant de la loi binomiale - Calculer une probabilité dans le cadre de la loi binomiale à l'aide de la calculatrice ou du tableur. - Représenter graphiquement la loi binomiale. - Interpréter l'espérance comme valeur moyenne dans le cas d'un grand nombre de répétitions.	Pour introduire la loi binomiale, la représentation à l'aide d'un arbre est privilégiée : il s'agit ici d'installer une représentation mentale efficace. Pour $n \leq 4$ on peut ainsi dénombrer les chemins de l'arbre réalisant k succès pour n répétitions et calculer la probabilité d'obtenir k succès. Après cette mise en place, on utilise une calculatrice ou un logiciel pour calculer directement des probabilités et représenter graphiquement la loi binomiale. La formule donnant l'espérance de la loi binomiale est conjecturée puis admise, celle de la variance est admise. À l'aide de simulations de la loi binomiale et d'une approche heuristique de la loi des grands nombres, on conforte expérimentalement les résultats précédents. On peut simuler la loi binomiale avec un algorithme.
Echantillonnage Utilisation de la loi binomiale pour une prise de décision à partir d'une fréquence observée sur un échantillon.	- Déterminer à l'aide de la loi binomiale un intervalle de fluctuation, à environ 95 %, d'une fréquence. - Exploiter un tel intervalle pour rejeter ou non une hypothèse sur une proportion.	L'intervalle de fluctuation peut être déterminé à l'aide d'un algorithme ou d'un tableur. On peut traiter quelques situations liées au contrôle en cours de fabrication ou à la réception d'une production. Le vocabulaire des tests (test d'hypothèse, hypothèse nulle, risque de première espèce) est hors programme.

I. VOCABULAIRE

a. Expérience aléatoire

C'est une expérience (ou épreuve) dont on connaît parfaitement les conditions de déroulement mais dont les résultats dépendent du hasard.

Exemple :

Lancer un dé à 6 faces non pipé constitue une expérience aléatoire.

b. Univers

C'est l'ensemble des résultats possibles d'une expérience aléatoire. On le note Ω

Exemple :

Ω = { ⚀ ; ⚁ ; ⚂ ; ⚃ ; ⚄ ; ⚅ }.

c. Evénement

C'est une partie de l'univers. (Si cette partie ne contient qu' seul élément, on parle d'**événement élémentaire**).

Exemple :
A = « J'obtiens un nombre pair » = { ⚁ ; ⚃ ; ⚅ }.
$\varnothing$ = événement **impossible**.
Ω = { ⚀ ; ⚁ ; ⚂ ; ⚃ ; ⚄ ; ⚅ } = événement **certain**.

d. Evénements incompatibles

Deux événements n'ayant aucun élément en commun sont dits **incompatibles** (ou **disjoints**).

Exemple :
A = « J'obtiens un nombre pair » et B = « J'obtiens un nombre impair » sont incompatibles.

e. Evénement contraire

Si A est un événement, on note $\overline{A}$ l'événement contraire de A formé de tous les éléments de Ω qui n'appartiennent pas à A.

Exemple : Si A = { ⚂ } alors $\overline{A}$ = { ⚀ ; ⚁ ; ⚃ ; ⚄ ; ⚅ }.

f. Intersection d'événements : « A et B »

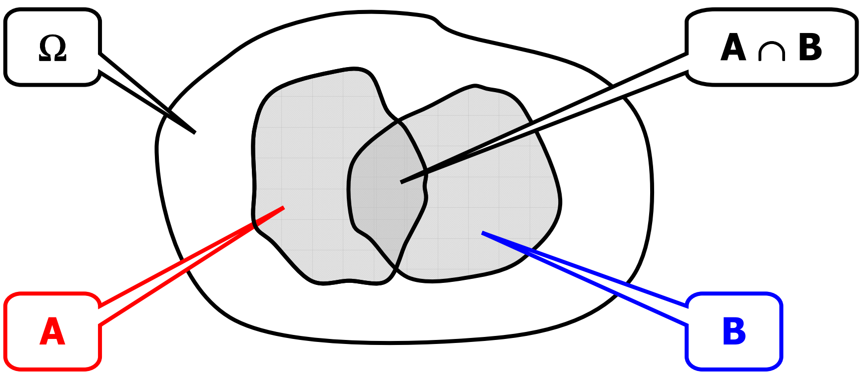
Si A et B sont deux événements, on note $A \cap B$ (« A inter B ») l'ensemble de tous les éléments qui appartiennent à la fois à A **et** B.

Exemple :
Si A = { ⚀ ; ⚁ ; ⚂ ; ⚃ } et B = { ⚂ ; ⚃ ; ⚄ ; ⚅ } alors $A \cap B$ = { ⚂ ; ⚃ }.

g. Union d'évenements : « A ou B »

Si A et B sont deux événements, on note $A \cup B$ (« A union B ») l'ensemble de tous les éléments qui appartient à A **ou** à B (ou aux deux à la fois).

Exemple :
Si A = { ⚁ ; ⚃ ; ⚅ } et B = { ⚃ ; ⚄ ; ⚅ } alors $A \cup B$ = { ⚁ ; ⚃ ; ⚄ ; ⚅ }.



II. PROBABILITES

a. Définition

A chaque événement A on associe un **nombre** appelé **probabilité de A**, noté **P(A)** tel que :

$\boxed{0 \le P(A) \le 1}$ $\boxed{P(\Omega) = 1}$ $\boxed{P(\varnothing) = 0}$

b. Propriétés

Soit A et B deux événements : $\boxed{P(\overline{A}) = 1 - P(A)}$ $\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$

Remarque :

Si A et B sont incompatibles, alors $A \cap B = \varnothing$, donc $P(A \cap B) = 0$ et donc $\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$

Une formule utile :

$$\boxed{P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B})}$$

c. Ensembles finis

On ne s'intéresse ici qu'à des expériences ayant un nombre fini de résultats possibles. Donc Ω a aussi un nombre fini d'éléments (et à fortiori tous les événements, qui sont des parties de Ω). On peut donc les compter.

Dans ce cas : « *la probabilité de chaque événement est égal à la somme des probabilités des événements élémentaires qu'il contient* »

d. EQUIPROBABILITE

On dit qu'il y a équiprobabilité si tous les événements élémentaires qui constituent l'univers ont la même probabilité.

Si Ω a n éléments, alors chaque événement élémentaire a donc une probabilité $\frac{1}{n}$

Donc pour tout événement A contenant p événement élémentaires :

$$\boxed{P(A) = \frac{p}{n}}$$

Exemple :

Si Ω = { ⚀ ; ⚁ ; ⚂ ; ⚃ ; ⚄ ; ⚅ }, alors P(⚀) = P(⚁) = P(⚂) = P(⚃) = P(⚄) = P(⚅) = $\frac{1}{6}$.

IV. VARIABLE ALEATOIRE

a. Définition :

On appelle variable aléatoire X toute fonction qui, à un événement donné, associe la valeur x_i.

$$X \left| \begin{array}{l} \Omega \text{ (évenements)} \longmapsto \mathbb{R} \text{ (nombres réels)} \\ \omega_i \longmapsto x_i \end{array} \right.$$

b. Loi de probabilité

La loi de probabilité d'une variable aléatoire X est le tableau où x_1, x_2, … et x_n sont les différentes valeurs de X et p_1, p_2, … et p_n sont les probabilités associées à chaque valeur de X.

Valeurs de X	x_1	x_2	…	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	…	p_n

Exemple :

On lance deux pièces et on définit la variable aléatoire X par le nombre de « Face » obtenu.

Ω = {PP ; PF ; FP ; FF} donc
- PP : X = 0 et *1 chance sur 4*
- PF ou FP : X = 1 et *2 chances sur 4*
- FF : X = 2 et *1 chance sur 4*

La loi de probabilité de X est :

Valeurs de X	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

c. Caractéristiques d'une variable aléatoire discrète.

Soit X une variable aléatoire qui prend n valeurs x_1, x_2, … et x_n et p_1, p_2, … et p_n les probabilités associées.

Espérance mathématique : $\boxed{E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i}$

Remarque :

L'espérance mathématique est parfois notée $\overline{X}$ et correspond à la valeur moyenne de X.

Si X est le GAIN net (c'est-à-dire GAIN- MISE) alors l'espérance correspond au gain moyen dans ce jeu. Si cette espérance est nulle, alors on dit que le jeu est **équitable**.

Variance : $\boxed{VarX = E(X^2) - (E(X))^2}$ parfois notée **V(X)**

Ecart-type : $\boxed{\sigma(X) = \sqrt{VarX}}$

Exemple :

Je joue à pile ou face. Pile = je perds 3€. Face = je gagne 2€.

$E(X) = (-3) \times 0{,}5 + 2 \times 0{,}5 = \mathbf{-0{,}5}$

$V(X) = [(-3)^2 \times 0{,}5 + 2^2 \times 0{,}5] - (-0{,}5)^2 = 6{,}25$

$\sigma(X) = \sqrt{6{,}25} = 2{,}5$