EXERCICE 4A.1

1. Une voiture s'apprête à effectuer un test d'accélération. A l'instant $t = 0$, le pilote démarre et accélère pendant 1000 mètres. On admettra qu'à tout instant t, la vitesse (en m/s) de la voiture est donnée par la fonction :

$$v(t) = 68(1 - e^{\frac{-t}{18}})$$

a. Vérifier qu'à l'instant $t = 0$, la voiture est immobile.
b. Quelle est la vitesse atteinte par la voiture au bout de 10 secondes ?
c. Quelle est la vitesse maximale théorique de la voiture ?
d. Au bout de combien de temps franchit-on la barre des 200 km/h ?
e. Quelle est la vitesse moyenne de la voiture sur les 30 premières secondes ?
f. Quelle est la distance parcourue pendant les 30 premières secondes ?

2. On modifie la transmission de la voiture en installant une boite de vitesse plus courte et on recommence l'expérience. La vitesse est désormais donnée par :

$$w(t) = 65(1 - e^{\frac{-t}{15}})$$

Reprendre les questions **a.** à **f.** avec ces nouveaux réglages.

EXERCICES 4A.2

Un moteur de compétition a une courbe de puissance (en *kW*) que l'on a réussi à modéliser sur l'intervalle [1000 ; 9500] par la fonction :

$$\mathscr{P}(t) = \frac{10\,500 - t}{15\,000}\, e^{\frac{t}{1\,600} + 3}$$

où t est le régime moteur, exprimé en *tours/minute*

a. Quelle est la puissance à 1 000 tr/min ?
b. Quelle est la puissance à 8 500 tr/min ?
c. Pour quel régime moteur la puissance est-elle maximale ? Quelle est cette puissance ?
d. Vérifier que la fonction $f(t) = \dfrac{19\,360\,500 - 1600\,t}{15\,000}\, e^{\frac{t}{1\,600} + 3}$ est une primitive de $\mathscr{P}$.
e. Le moteur est principalement utilisé entre dans un régime compris entre 7000 et 9000 tr/min. Calculer sa puissance moyenne dans cette plage.

EXERCICE 4A.3 (D'APRÈS BAC GMA 2010)

La température f en degrés Celsius (°C) du lubrifiant d'un moteur varie en fonction du temps t de fonctionnement exprimé en heures.

La fonction f est définie pour tout nombre réel t de l'intervalle $[0\,;+\infty[$ par $f(t) = 30 - 10e^{-0,1\,t}$

1. Déterminer la température du lubrifiant :
  a. A l'arrêt.
  b. Au bout de vingt quatre heures.
2. On s'intéresse au comportement de la fonction f en $+\infty$.
  a. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(t)$.
  b. Donner une interprétation graphique du résultat obtenu.
  c. Donner une signification concrète de ce résultat pour le lubrifiant.
3. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
  a. Calculer $f'(t)$ pour tout nombre réel t appartenant à l'intervalle $[0\,;+\infty[$. En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$.
  b. Construire la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ dans le repère orthogonal (O ; I, J) donné ci-dessous.
4. A quel instant la température du lubrifiant est-elle de 28°C ? Donner une valeur approchée à l'heure près puis à la minute près du résultat.
5. Calculer la température moyenne du lubrifiant entre la cinquième et la dixième heure de fonctionnement.