RAPPEL :

$\boxed{(\ln x)' = \frac{1}{x}}$

$\boxed{[\ln u(x)]' = \frac{u'(x)}{u(x)}}$ avec $u(x) > 0$

$\boxed{\text{Si } f(x) = \frac{u'(x)}{u(x)} \text{ alors } F(x) = \ln|u(x)| + c}$ avec $u(x) \neq 0$

EXERCICE 4A.1

Dans chaque cas, déterminer la dérivée de la fonction f définie et dérivable sur I :

a. $f(x) = \ln(4x + 5)$ $I =]\frac{-5}{4} ; +\infty[$

b. $f(x) = \ln(3 - 2x)$ $I =]-\infty ; \frac{3}{2}[$

c. $f(x) = \ln(x^2 + 3x + 4)$ $I = \mathbb{R}$

d. $f(x) = \ln(\sin x)$ $I =]0 ; \pi[$

e. $f(x) = \ln(x - 1)$ $I =]1 ; +\infty[$

f. $f(x) = \ln(2x^2 - 3x + 2)$ $I = \mathbb{R}$

g. $f(x) = \ln \frac{x + 1}{x}$ $I =]0 ; +\infty[$

h. $f(x) = \ln \frac{2x + 3}{x + 1}$ $I =]-1 ; +\infty[$

i. $f(x) = \ln \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ $I =]-1 ; +\infty[$

j. $f(x) = \ln \sqrt{x}$ $I =]0 ; +\infty[$

EXERCICE 4A.2

Dans chaque cas, déterminer une primitive de la fonction f définie et dérivable sur I :

a. $f(x) = \frac{5}{x}$ $I =]0 ; +\infty[$

b. $f(x) = x + \frac{1}{x}$ $I =]0 ; +\infty[$

c. $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ $I =]0 ; +\infty[$

d. $f(x) = \frac{2}{x} \ln x$ $I =]0 ; +\infty[$

e. $f(x) = \frac{2}{2x + 1}$ $I =]\frac{-1}{2} ; +\infty[$

f. $f(x) = \frac{1}{3x + 5}$ $I =]\frac{-5}{3} ; +\infty[$

g. $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ $I =]0 ; +\infty[$

h. $f(x) = \frac{4x - 2}{x^2 - x + 1}$ $I = \mathbb{R}$

EXERCICE 4A.3

Dans chaque cas, déterminer la primitive de la fonction f vérifiant la condition initiale :

a. $f(x) = \frac{2}{x - 1}$ $I =]1 ; +\infty[$ $F(2) = 3$

b. $f(x) = \frac{3x}{x^2 - 1}$ $I =]1 ; +\infty[$ $F(2) = \ln 2$

EXERCICE 4A.4

On considère les fonctions suivantes définies et dérivables sur $]0 ; +\infty[$ par :

$f(x) = x \ln x$ $g(x) = \ln x + 1$

a. $f(x)$ est-elle une primitive de $g(x)$? Justifier.
b. Déterminer LA primitive de g qui s'annule pour $x = e$

EXERCICE 4A.5

On considère les fonctions suivantes définies et dérivables sur $]0 ; +\infty[$ par :

$f(x) = \frac{1}{2} x^2 - \frac{\ln x}{x}$ $g(x) = (\ln x)^2$

$f(x)$ est-elle une primitive de $g(x)$? Justifier.

EXERCICE 4A.6

On considère la fonction suivante définie et dérivable sur $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2 \ln x + 3 .$$

Déterminer les réels a et b tels que la fonction F définie sur $]0 ; +\infty[$ par $F(x) = x(a \ln x + b)$ soit une primitive de f.