EXERCICES 2C.1

Dans chaque cas déterminer une primitive de f sur l'intervalle I :

a. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}} - \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{5}{x^4}$ $I = \mathbb{R}^*$

b. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x}}$ $I =]0 ; 1[$

c. $f(x) = \dfrac{2x^3 + x}{(x^4 + x^2 + 4)^2}$ $I = \mathbb{R}$

d. $f(x) = \sin x \cos^3 x$ $I = \mathbb{R}$

e. $f(x) = \dfrac{7x}{(x^2 + 3)^3}$ $I = \mathbb{R}$

f. $f(x) = 3x + 4 - \dfrac{1}{(x+2)^2}$ $I =]-2 ; +\infty[$

EXERCICE 2C.2

Soit f la fonction définie sur $]-3 ; +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{2x^2 + 12x + 19}{(x+3)^2}$

a. Déterminer les réels a et b tels que, pour tout x de $]-3 ; +\infty[$ on ait : $f(x) = a + \dfrac{b}{(x+3)^2}$

b. En déduire les primitives de f sur $]-3 ; +\infty[$.

EXERCICE 2C.3

Soit g la fonction définie sur $]-\dfrac{1}{3} ; +\infty[$ par : $g(x) = \dfrac{3x}{(3x+1)^3}$

a. Déterminer les réels a et b tels que, pour tout x de $]-\dfrac{1}{3} ; +\infty[$ on ait : $g(x) = \dfrac{a}{(3x+1)^2} - \dfrac{b}{(3x+1)^3}$

b. En déduire les primitives de g sur $]-\dfrac{1}{3} ; +\infty[$.

EXERCICE 2C.4

Soit h la fonction définie sur $]1 ; +\infty[$ par : $h(x) = \dfrac{x^3 - x^2 - x + 4}{(x-1)^2}$

a. Déterminer les réels a et b tels que, pour tout x de $]1 ; +\infty[$ on ait : $h(x) = ax + b + \dfrac{c}{(x-1)^2}$

b. En déduire les primitives de h sur $]1 ; +\infty[$.

EXERCICE 2C.5

On rappelle les formules suivantes : $\boxed{\cos^2 x = \dfrac{1 + \cos 2x}{2}}$ $\boxed{\sin^2 x = \dfrac{1 - \cos 2x}{2}}$

D'autre part, *linéariser* une expression trigonométrique consiste à l'écrire sans exposant supérieur à 1.

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2 + \cos^2 x$
a. Linéariser l'expression $f(x)$.
b. Déterminer les primitives de f.

2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \sin^4 x$
a. Linéariser l'expression $g(x)$.
b. Déterminer les primitives de g.

EXERCICE 2C.6

Dans chaque cas, déterminer LA primitive de f sur I qui vérifie la condition initiale donnée :

a. $f(x) = \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{x^3}$ $I = \mathbb{R}^*$ $F(1) = 2$

b. $f(x) = \dfrac{x}{(1 + x^2)^3}$ $I = \mathbb{R}$ $F(0) = 1$

c. $f(x) = \cos x$ $I = \mathbb{R}$ $F(0) = -1$

d. $f(x) = \dfrac{x^4 + x^3 + x + 1}{x^3}$ $I = \mathbb{R}^*$ $F(1) = 0$

e. $f(x) = x^2(x^3 + 2)$ $I = \mathbb{R}$ $F(-1) = 1$

f. $f(x) = \dfrac{\sin x}{\cos^3 x}$ $I = \mathbb{R}$ $F(\pi/4) = 0$