PROGRAMMES	COMMENTAIRES
Primitives d'une fonction dérivable sur un intervalle : Définition. Deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante. Primitives des fonctions usuelles par lecture inverse du tableau des dérivées.	Pour les primitives et le calcul intégral, le programme se limite au cas des fonctions dérivables. L'existence des primitives est admise.

I. PRIMITIVES D'UNE FONCTION

a. Définition :

On dit que F est **une** primitive de f sur l'intervalle I si et seulement si pour tout x on a $\boxed{F'(x) = f(x)}$

Exemple :

Soit $f(x) = \dfrac{-12}{(3x-2)^2}$ et $F(x) = \dfrac{4}{3x-2}$. Montrer que F est une primitive de f.

→ Cela revient à montrer que f est la dérivée de F

→ $F'(x) = \dfrac{-u'}{u^2} = 4 \times \dfrac{-3}{(3x-2)^2} = \dfrac{-12}{(3x-2)^2} = f(x)$

b. Propriétés :

- Si F est une primitive de f sur l'intervalle I, alors pour toute constante c, la fonction $F + c$ est une autre primitive de f.
- Si F et G sont deux primitives de f sur l'intervalle I, $G = F + c$.

Exemple :

Quand on dérive la fonction $F(x) = x^2$, on obtient la fonction $f(x) = 2x$.
Quand on dérive la fonction $G(x) = x^2 + 1$, on obtient la fonction $g(x) = 2x = f(x)$.
Quand on dérive la fonction $H(x) = x^2 - 3$, on obtient la fonction $h(x) = 2x = f(x)$.
Donc F, G et H sont **<u>des</u>** primitives de $f(x) = 2x$.

c. Primitives des fonctions usuelles :

Voici le tableau des primitives des fonctions usuelles :

$f(x)$	$F(x)$
k (constante)	$kx + c$
x^n	$\dfrac{1}{n+1}.x^{n+1} + c$
$\dfrac{1}{x^n}$	$\dfrac{-1}{(n-1)\,x^{n-1}} + c$
$\dfrac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + c$
$\sin x$	$-\cos x + c$
$\cos x$	$\sin x + c$

Exemples :

Si $f(x) = x^5$ alors $F(x) = \dfrac{x^6}{6} + c$

Si $f(x) = \dfrac{1}{x^4}$ alors $F(x) = \dfrac{-1}{3x^3} + c$

II. OPERATIONS SUR LES PRIMITIVES

a. Primitive de λf

Soit f une fonction dérivable sur I et F une de ses primitive.
Soit λ un nombre réel.
Alors une primitive de λf est la fonction λF.

Exemple :
Soit $f(x) = 5x^2 = 5 \times x^2$
Alors $F(x) = 5 \times \dfrac{x^3}{3} = \dfrac{5x^3}{3} + c$

b. Primitive de $f + g$

Soit f une fonction dérivable sur I et F une de ses primitive.
Soit g une fonction dérivable sur I et G une de ses primitive.
Alors une primitive de $f + g$ est la fonction $F + G$.

Exemple :
Soit $f(x) = x^2 + 3$
Alors $F(x) = \dfrac{x^3}{3} + 3x + c$

c. Primitives déduites des dérivées de fonctions composées :

$f(x)$	$F(x)$
$f(ax + b)$	$\dfrac{1}{a}F(ax + b)$
$\cos(ax + b)$	$\dfrac{1}{a}\sin(ax + b)$
$\sin(ax + b)$	$-\dfrac{1}{a}\cos(ax + b)$
$u'.u^n$	$\dfrac{1}{n+1}.u^{n+1} + c$
$\dfrac{u'}{u^n}$	$\dfrac{-1}{(n-1)\,u^{n-1}} + c$
$\dfrac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u} + c$

Les exemples (nombreux) seront traités en exercices.