

PROGRAMMES	COMMENTAIRES
Événements, événements élémentaires ; la probabilité d'un événement est définie par addition de probabilités d'événements élémentaires.	Seul est au programme le cas où l'ensemble des événements élémentaires est fini. Les élèves doivent savoir calculer la probabilité de la réunion d'événements disjoints, d'un événement contraire \overline{A} , et savoir utiliser la formule reliant les probabilités de $A \cup B$ et de $A \cap B$.
Événements disjoints (ou incompatibles), événement contraire, réunion et intersection de deux événements.	
Cas où les événements élémentaires sont équiprobables.	Les notions de probabilité conditionnelle, d'indépendance, de probabilité produit et de variable aléatoire ne sont pas au programme.
Exemples simples d'emplois de partitions et de représentations (arbres, tableaux...) pour organiser et dénombrer des données relatives à la description d'une expérience aléatoire.	L'étude du dénombrement des permutations, arrangements et combinaisons est hors programme.
Exemples simples d'étude de situations de probabilités issues d'expériences aléatoires (modèles d'urnes, jeux...).	On s'attachera à étudier des situations permettant de bien saisir la démarche du calcul des probabilités, et non des exemples comportant de difficultés techniques de dénombrement. Dans certaines situations, par exemple l'étude de caractères d'une population, les événements élémentaires ne sont pas donnés <i>a priori</i> ; on les construit en effectuant une partition de la population.

I. VOCABULAIRE

a. Expérience aléatoire

C'est une expérience (ou épreuve) dont on connaît parfaitement les conditions de déroulement mais dont les résultats dépendent du hasard.

Exemple :

Lancer un dé à 6 faces non pipé constitue une expérience aléatoire.

b. Univers

C'est l'ensemble des résultats possibles d'une expérience aléatoire. On le note Ω

Exemple :

$$\Omega = \{ \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \}.$$

c. Événement

C'est une partie de l'univers. (Si cette partie ne contient qu'un seul élément, on parle d'**événement élémentaire**).

Exemple :

$$A = \text{« J'obtiens un nombre pair »} = \{ \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \}.$$

\emptyset = événement **impossible**.

$$\Omega = \{ \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \} = \text{événement } \mathbf{certain}.$$

d. Événements incompatibles

Deux événements n'ayant aucun élément en commun sont dits **incompatibles** (ou **disjoints**).

Exemple :

A = « J'obtiens un nombre pair » et B = « J'obtiens un nombre impair » sont incompatibles.

e. Événement contraire

Si A est un événement, on note \overline{A} l'événement contraire de A formé de tous les éléments de Ω qui n'appartiennent pas à A.

Exemple :

$$\text{Si } A = \{ \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \} \text{ alors } \overline{A} = \{ \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} ; \begin{array}{|c|} \hline \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \hline \end{array} \}.$$

f. Intersection d'événements : « A et B »

Si A et B sont deux événements, on note $A \cap B$ (« A inter B ») l'ensemble de tous les éléments qui appartiennent à la fois à A **et** B.

Exemple :

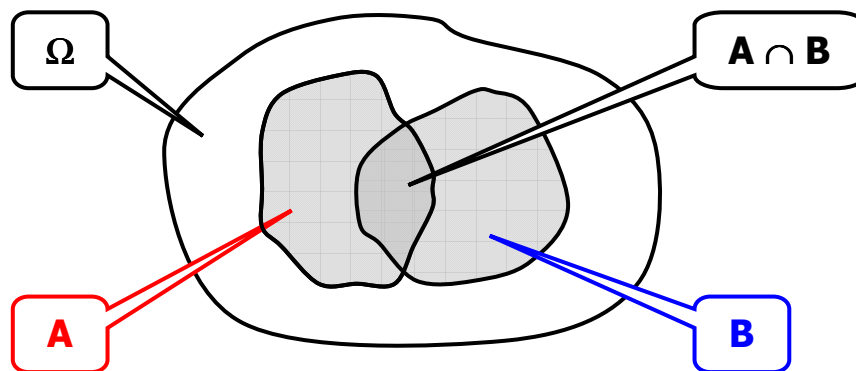
Si $A = \{ \square ; \square ; \square ; \square \}$ et $B = \{ \square ; \square ; \square ; \square \}$ alors $A \cap B = \{ \square ; \square \}$.

g. Union d'événements : « A ou B »

Si A et B sont deux événements, on note $A \cup B$ (« A union B ») l'ensemble de tous les éléments qui appartiennent à A **ou** à B (ou aux deux à la fois).

Exemple :

Si $A = \{ \square ; \square ; \square \}$ et $B = \{ \square ; \square ; \square \}$ alors $A \cup B = \{ \square ; \square ; \square ; \square ; \square \}$.

**II. PROBABILITES SUR LES ENSEMBLES FINIS**

On ne s'intéresse ici qu'à des expériences ayant un nombre fini de résultats possibles. Donc Ω a aussi un nombre fini d'éléments (et à fortiori tous les événements, qui sont des parties de Ω). On peut donc les compter.

a. Probabilité

A chaque événement A on associe un **nombre** appelé **probabilité de A**, noté **P(A)** tel que :

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$$P(\Omega) = 1$$

$$P(\emptyset) = 0$$

b. Propriétés

Soit A et B deux événements :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Remarque :

Si A et B sont incompatibles, alors $A \cap B = \emptyset$, donc $P(A \cap B) = 0$ et donc $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Une formule utile :

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})$$

III. EQUIPROBABILITÉ

On dit qu'il y a équiprobabilité si tous les événements élémentaires qui constituent l'univers ont la même probabilité. Dans ce cas, on a :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de } \Omega}$$

Exemple :

Si $\Omega = \{ \square ; \square ; \square ; \square ; \square ; \square \}$, alors $P(\square) = P(\square) = P(\square) = P(\square) = P(\square) = P(\square) = \frac{1}{6}$.