Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal (O, $\vec{u}$, $\vec{v}$).

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

EXERCICE 5A.1 - GMB 06/2007 (5 POINTS)

a. Placer sur une figure les points A, B, C et D dont les affixes respectives sont :

$-1 + 3i$ $\quad -1 - 3i$ $\quad 3 - 5i$ $\quad 7 + 3i$

b. Démontrer que le triangle BAD est rectangle en A.

c. Démontrer que le triangle BCD est rectangle en C.

d. En déduire que les quatre points A, B, C et D sont sur un même cercle dont on déterminera le centre Ω et le rayon. Tracer le cercle sur la figure.

EXERCICE 5A.2 - GMA 06/2008 (5 POINTS)

Soit A, B, C et D les points du plan complexe d'affixes respectives :

$z_A = -1 + i\sqrt{3}$ $\quad z_B = 2e^{\frac{-2i\pi}{3}}$

$z_C = 3 - (3\sqrt{3})i$ $\quad z_D = 3$

1. a. Calculer le module et un argument de z_A puis écrire z_A sous forme trigonométrique.

b. Écrire z_B sous forme algébrique.

2. a. Placer sur la feuille de papier millimétré les points A, B, C et D dans le repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$).

b. Montrer que : $\overrightarrow{DC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.

c. En déduire la nature du quadrilatère ABCD.

EXERCICE 5A.3 - BAC 2009 (5 POINTS)

1. On considère les nombres complexes définis par :

$z_A = 2 + 2i\sqrt{3}$ $\quad z_B = 2 - 2i\sqrt{3}$ $\quad z_C = -4$

a. Calculer le module et un argument de z_A.

b. En prenant comme unité graphique 1 cm, placer dans le plan complexe le point A d'affixe z_A, le point B d'affixe z_B et le point C d'affixe z_C.

2. a. Démontrer que les points A, B, C appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

b. Placer le point D milieu du segment [AC].

c. Déterminer la nature du triangle BDA.

EXERCICE 5A.4 - GMB 06/2009 (5 POINTS)

Les points A et B ont pour affixes respectives :

$z_A = 2$ $\quad z_B = -1 + \sqrt{3}i$

a. Calculer le module et un argument de z_A.

b. Déterminer la forme trigonométrique de z_B.

c. Expliquer pourquoi les points A et B sont sur le même cercle Ω de centre O et de rayon 2.

d. On considère le point C d'affixe $z_C = -1 + \lambda i$ où λ est un nombre réel négatif. Déterminer le nombre λ tel que le point C soit sur le cercle Ω.

Que représente le nombre complexe z_C par rapport au nombre complexe z_B ?

e. Placer avec soin les points A, B et C dans le repère.

EXERCICE 5A.5 - GMB 06/2010 (6 POINTS)

1. On considère les points A, B, C, D, E d'affixes respectives :

$z_A = 2$ $\quad z_B = 1 + i\sqrt{3}$ $\quad z_C = \overline{z_B}$

$z_D = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$ $\quad z_E = 2i\, e^{-i\frac{\pi}{3}}$

a. Donner le module et un argument de chacun des nombres complexes z_A et z_B.

b. Donner le module et un argument de z_C.

c. Donner sans calcul le module et un argument de z_D.

d. Donner la forme algébrique de z_D et z_E.

2. a. Placer les points A, B, C, D, E dans le repère. (on prendra comme unité graphique 2 cm).

b. Montrer que les points A, B, C, D, E sont situés sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

c. Tracer le cercle dans le repère.

d. Quelle est la nature du triangle DBC ?

EXERCICE 5A.6 - GMA 06/2010 (4 POINTS)

On note A, B et C les points du plan, d'affixes respectives :

$z_A = -1$ $\quad z_B = 2 + 2i$ $\quad z_C = 2 - 2i$

a. Placer les points A, B et C dans le repère.

b. Déterminer le module et un argument des nombres complexes z_A, z_B et z_C.

c. Déterminer l'aire en cm² du triangle ABC.

EXERCICE 5A.7 - GC 06/2009 (5 POINTS)

1. Soient A, B et C les points d'affixes respectives :

$z_A = i$ $\quad z_B = 2 + 3i$ $\quad z_C = \frac{4 + 3i}{1 + 2i}$

a. Placer les points A et B dans le repère.

b. Calculer la distance AB.

c. Montrer que $z_C = 2 - i$

2. a. Calculer le module et un argument de $z_C - z_A$

b. En déduire l'écriture exponentielle de $z_C - z_A$.

c. Déterminer géométriquement l'ensemble E des points M d'affixe z du plan qui vérifient :

$$|z - z_A| = 2\sqrt{2}$$

d. Justifier que les points B et C appartiennent à l'ensemble E puis tracer cet ensemble dans le plan.