

**Rappel des formules d'addition et duplication :**

Pour tous réels  $a$  et  $b$  on a :

$$\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$$

Pour tout réel  $a$  on a :

$$\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\sin(2a) = 2 \cos a \cdot \sin a$$

**EXERCICE 4A.1**

a. Calculer  $\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$

b. A l'aide des formules d'addition, calculer  $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right)$  et  $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right)$ . Ces résultats sont-ils cohérents avec ce que nous connaissons déjà ?

**EXERCICE 4A.2**

a. Calculer  $\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$  et  $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$ .

b. A l'aide des formules d'addition, calculer  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ ,  $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ ,  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$  et  $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ .

c. Calculer  $\cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right)$ ; calculer  $\cos^2\left(\frac{7\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ .

**EXERCICE 4A.3**

1. En utilisant les formules d'addition, démontrer que :

a.  $\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} (\cos(a + b) + \cos(a - b))$

b.  $\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2} (\cos(a - b) - \cos(a + b))$

c.  $\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2} (\sin(a + b) + \sin(a - b))$

2. Transformer les produits suivants en sommes :

a.  $A = \cos 3x \cdot \cos 2x$

b.  $B = \sin 4x \cdot \sin 2x$

c.  $C = \sin x \cdot \cos 3x$

**EXERCICE 4A.4**

Linéariser les expressions suivantes (c'est-à-dire les écrire sans carré).

a.  $A = \cos^2(2x)$

b.  $B = \sin^2(3x)$

**EXERCICE 4A.5**

a. Vérifier que  $2 \times \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$

b. En posant  $a = \frac{\pi}{12}$  et en utilisant les formules de duplication, déterminer  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$  et  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ .

**EXERCICE 4A.6**

a. Vérifier que  $2 \times \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$

b. En posant  $a = \frac{\pi}{8}$  et en utilisant les formules de duplication, déterminer  $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$  et  $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$ .